

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXXIII

1926

SERIE SESTA

RENDICONTI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.



ROMA

DOTT. GIOVANNI BARDI

TIPOGrafo DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

1926

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 3 gennaio 1926.

V. VOLTERRA, *presidente*

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Fisica. — *Sulla teoria elettronica dei fenomeni termomagnetici.*
Nota del Socio O. M. CORBINO.

1. Sono fenomeni fondamentali termomagnetici:

1° la produzione di una forza elettromotrice trasversale in una lamina che è percorsa da un flusso di calore (effetto Nernst);

2° la produzione di una differenza di temperatura trasversale in una lamina percorsa da un flusso di calore (effetto Righi).

Il primo effetto può mettersi in evidenza con una mia esperienza ⁽¹⁾ consistente nel sottoporre a un campo magnetico un disco metallico riscaldato al centro o alla periferia. Questa esperienza è una conseguenza diretta dell'effetto Nernst, così come l'altra analoga nel caso della corrente elettrica radiale in un disco, dove pure si sviluppano correnti elettriche circolari per effetto del campo, è una conseguenza dell'effetto Hall. Ma quelle esperienze presentano il vantaggio di un più facile e immediato confronto con la teoria; infatti la simmetria circolare fa sparire i gradienti di potenziale e di temperatura nel senso trasversale, ciò che, mentre libera i fenomeni da effetti spurii, agevola il calcolo e dà alle formole dedotte dalla teoria una struttura più semplice e una interpretazione più facile e sicura. Inoltre il senso dei fenomeni previsto dalla teoria per le mie due esperienze, non dipende dalla variazione con la temperatura della concentrazione degli elettroni, ciò che invece avviene per il senso dell'effetto Nernst. E pertanto le eventuali contraddizioni di segno fra la teoria e l'esperienza diventano irre-

(1) CORBINO, «N. Cim.», 1, p. 397; 1911.

parabili e definitive per la validità della teoria. Per questa ragione, come anche per l'altra accennata della maggiore facilità di calcolo, io svolgerò in questa prima Nota l'applicazione alla mia esperienza termomagnetica della teoria di Lorentz-Gans, e in una seconda Nota di quella del Livens, dimostrando che le previsioni della teoria sono nettamente contraddette dalla prova sperimentale.

2. La teoria di Gans⁽¹⁾ è un ampliamento di quella esposta da Lorentz per spiegare la conducibilità termica ed elettrica dei metalli. Il Lorentz, come è noto, ammette una sola specie di ioni mobili, gli elettroni negativi, che si muovono con ripartizione di velocità Maxwelliana fra gli atomi considerati come fissi e contro i quali essi urtano come contro corpi perfettamente elastici.

La forza viva media degli elettroni è quella di una molecola gassosa monoatomica alla stessa temperatura, cioè $\propto T$.

La funzione f che determina la ripartizione delle velocità, e che è normalmente la Maxwelliana, viene modificata per la presenza di un gradiente termico ed elettrico nel metallo; il Lorentz ne determinò la nuova forma. Il calcolo fu completato ed esteso dal Gans nella ipotesi che agisca sugli elettroni anche un campo magnetico.

Tale calcolo si semplifica nel caso di una lamina circolare percorsa radialmente da un flusso termico e da una corrente, poichè allora si annullano i gradienti termici ed elettrici nel senso circolare. Ne risulta per la densità di corrente nel senso radiale (j_x) e circolare (j_y) il seguente sistema di equazioni che deriva immediatamente dalle formole (43') di Gans:

$$(1) \quad \begin{cases} j_x = \sigma_0 (E_x - X_1 - X_2) - w^2 \sigma_0 (E_x - X_1 + X_2) \\ j_y = -\varepsilon (E_x - X_1) \end{cases}$$

dove sono: σ_0 la conducibilità elettrica normale; E_x , la forza elettrica nel senso radiale e si è posto

$$w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sigma_0 R H, \quad \text{dove } R \text{ è il coefficiente di Hall isoteramico,}$$

$$\varepsilon = \frac{w}{2} \sqrt{\pi} \sigma_0 = \sigma_0^2 R H$$

$$X_1 = \frac{\alpha}{3e} \cdot 2 T \frac{d \log N}{dT} \frac{dT}{dx}$$

$$X_2 = \frac{\alpha}{3e} \cdot \frac{dT}{dx}.$$

In queste ultime formole T denota la temperatura, e la carica elettronica, N il numero di elettroni per centimetro cubo, H l'intensità del campo.

(1) GANS, « Ann. d. Physik », 13, p. 634; 1904.

Le equazioni (1) sono dedotte assegnando alle direzioni x e y il senso ordinario degli assi cartesiani e alla corrente che produce il campo magnetico il senso inverso a quello degli indici dell'orologio.

Risulta dalla teoria di Gans e dal valore di R che la grandezza w , che comprende il campo H , è minore di 1 anche nel caso in cui essa è più grande, cioè nel bismuto. E poichè preme specialmente fissare il segno più che il valore esatto di j_y , si può negli sviluppi ulteriori trascurare i termini contenenti w^2 . Si può verificare che ciò non ha conseguenza alcuna sulle conclusioni alle quali saremo per giungere. Le equazioni (1) acquistano così la forma semplicissima:

$$(2) \quad \begin{cases} j_x = \sigma_0 (E_x - X_1 - X_2) \\ j_y = -\varepsilon (E_x - X_1) \end{cases}$$

che valgono per la contemporanea esistenza di una corrente elettrica e di un flusso termico radiali.

Se esiste solo la corrente elettrica radiale, e non il gradiente termico, ci troviamo nel caso della mia esperienza galvanomagnetica; si ha allora

$$X_1 = X_2 = 0$$

e

$$(3) \quad j_y = -\varepsilon E_x = -\frac{\varepsilon}{\sigma_0} j_x.$$

Invece se non si ha corrente elettrica radiale ma solo flusso termico, si dovrà porre

$$j_x = 0$$

e perciò

$$(4) \quad j'_y = -\varepsilon X_2 = -\frac{\alpha}{3e} \varepsilon \frac{dT}{dx}.$$

Risulta dalle (3) e (4)

$$(5) \quad \frac{j'_y}{j_y} = \frac{\frac{\alpha}{3e} \frac{dT}{dx}}{\frac{1}{\sigma_0} j_x}.$$

E poichè e è negativo, se ne deduce che a un flusso di calore centrifugo ($\frac{dT}{dx} < 0$) e a una corrente elettrica centrifuga ($j_x > 0$) corrispondono correnti circolari j_y del medesimo verso. Ora le mie esperienze

hanno dato per il bismuto precisamente l'opposto: infatti mentre per una corrente elettrica radiale centrifuga il disco di bismuto dà luogo a correnti circolari nello stesso senso di quella producente il campo magnetico, l'opposto avviene per un flusso centrifugo di calore.

Le formole (3) e (4) ci dicono inoltre, dato il segno negativo di ϵ , che la teoria dà il senso giusto, nel bismuto, per la corrente galvanomagnetica e non per la termomagnetica. L'inverso ha luogo nell'antimonio. Fra i moltissimi metalli che presentano in entità misurabile gli effetti termo e galvanomagnetici, solo l'argento, il rame e l'oro danno risultati conformi nel segno alle previsioni della teoria.

3. Di fronte a tale risultato mi son voluto assicurare se nei procedimenti seguiti dal Gans per lo sviluppo della teoria, si fosse insinuato qualche errore di segno atto a falsare le formole finali. Ma anche seguendo un procedimento più semplice, consentito dalla previsione fatta fin dall'inizio del calcolo, che siano nulli i gradienti termico ed elettrico nella direzione y , come avviene nelle mie due esperienze, son pervenuto agli stessi risultati del Gans. E alla stessa conclusione si perviene prevedendo con ragionamenti diretti gli effetti dell'azione del campo sul moto degli elettroni. Risulta invero che al moto termico degli elettroni preso in sè e per sè non corrisponderebbe per effetto del campo magnetico H nessun moto d'insieme degli elettroni nel senso y , e che questo invece risulta direttamente ed esclusivamente dalla esistenza del campo elettrico $X_2 = \frac{\alpha}{3e} \frac{dT}{dx}$ che si determina radialmente nel metallo per la differenza di temperatura, e che è una parte delle f. e. m. longitudinali che entrano in giuoco nell'effetto Thomson. L'altra parte $X_1 = \frac{\alpha}{3e} 2T \frac{d \log N}{dx}$ non ha effetto poichè equivale alla giusta-posizione di successivi anelli di metalli diversi, dotati di concentrazioni elettroniche diverse. In un disco cosiffatto, senza differenze di temperature e senza una corrente primaria radiale, non possono invero, per effetto del campo, stabilirsi correnti circolari permanenti.

Resta così l'azione del campo elettrico $X_2 = \frac{\alpha}{3e} \frac{dT}{dx}$, e questo è del medesimo senso del campo ohmico determinato da una corrente elettrica centrifuga, cosicchè risulta confermato che le correnti circolari rivelate nelle mie due esperienze dovrebbero essere, per la teoria, dello stesso verso.

4. Il confronto tra i sensi delle due correnti circolari galvano e termomagnetiche fatto in base alla (5), elimina l'influenza del senso e del valore del campo. Sparisce, perciò, la possibilità che la contraddizione constatata in molti metalli fra la teoria e l'esperienza sia spiegabile con la supposta esistenza di campi intramolecolari capaci di sovrapporsi al campo esterno, fino a mutare il segno degli effetti osservati, come si è tentato di fare per spiegare il segno positivo dell'effetto Hall in alcuni metalli.

5. Giova invece osservare che in virtù della (4), essendo

$$\epsilon = \sigma_0^2 R H$$

e, per la teoria di Gans,

$$R = \frac{3 \pi}{8 e N}$$

sarà

$$j_y = - \frac{\pi}{8} \frac{\alpha}{N e^2} \sigma_0^2 \frac{dT}{dx} H$$

cioè la corrente termomagnetica è indipendente come senso dal segno della carica elettronica.

Inoltre se nella (5) si ammette, in prima approssimazione, che il rapporto fra le correnti galvano e termomagnetiche sia eguale al rapporto fra le forze elettromotrici di Hall, E_H , e di Nernst, E_N , si avrà

$$\frac{E_H}{E_N} = \frac{\frac{1}{\sigma_0} j_x}{\frac{\alpha}{3 e} \frac{dT}{dx}}.$$

Ma si ha inoltre

$$\frac{E_H}{E_N} = \frac{j_x R}{\frac{dT}{dx} Q}$$

essendo R e Q i coefficienti degli effetti Hall e Nernst; quindi

$$\frac{Q}{R} = \sigma \frac{\alpha}{3 e}.$$

Essendo $\frac{\alpha}{3 e} = 4300$ in unità elettromagnetiche, si ricava per l'argento

$$\left(\sigma = \frac{1}{1500} \right)$$

$$\frac{Q}{R} = 3.$$

I valori trovati sperimentalmente da Zahn danno invece

$$\frac{Q}{R} = \frac{-0.00043}{-0.00090} = \text{circa } 0.5.$$

Si vede così che per l'argento la teoria prevede esattamente i segni delle due correnti, e anche l'ordine di grandezza del rapporto fra esse non

è lontano dal vero. Lo stesso avviene per l'oro e per il rame. E poichè anche l'effetto Righi nell'argento, nell'oro e nel rame ha il segno voluto dalla teoria, si deduce che per questi metalli, ma per essi soltanto, la teoria Lorentz-Gans offre un modello soddisfacente per la spiegazione di tutti i fenomeni termo e galvanomagnetici. Ma per tutti gli altri metalli e in particolare per quelli, come il bismuto e l'antimonio, che presentano tali fenomeni in misura elevatissima, si hanno contraddizioni insuperabili, tra la teoria e l'esperienza.

Nessuno degli artifici finora proposti basta a sanare la contraddizione; neanche quello dei campi intramolecolari, poichè, come si è visto, qualunque sia la distribuzione interna dei campi, la corrente termomagnetica e la galvanomagnetica dovrebbero avere lo stesso senso, ciò che non è.

Il Livens⁽¹⁾ ha tentato, sviluppando dei concetti di Bohr e di Richardson, di sostituire nella teoria di Lorentz-Gans agli urti perfettamente elastici tra elettroni e atomi, delle forze repulsive dipendenti dalla distanza fra essi.

Come vedremo in una prossima Nota si potrebbe in tal modo superare la difficoltà sopra riferita, poichè la corrente termomagnetica potrebbe assumere il senso che effettivamente si constata. Ma vedremo anche che la teoria di Livens conduce ad assurdi ancora più gravi, poichè [se ne può dedurre che dovrebbe esistere un analogo termico della ruota di Barlow, e cioè la rotazione permanente in un campo magnetico di un disco percorso da un flusso radiale di calore.

E tale fenomeno, come io stesso ho avuto occasione di provare, non esiste.

Chimica. — *Su un preteso nitroprussiato del ferro bivalente.* Nota del Corrisp. LIVIO CAMBI⁽²⁾.

Una recente pubblicazione di A. Ungarelli⁽³⁾ ha per oggetto una pretesa reazione, fra iponitrito ed acquoferropentacianuro di sodio, che darebbe luogo ad un nuovo sale denominato « *nitroprussiato del ferro bivalente* ». Questa ricerca entra nel campo di diversi miei lavori apparsi molti anni or sono in questi Rendiconti⁽⁴⁾: i risultati esposti dall'A. non corrispondono ad alcune mie esperienze di allora e reputo perciò necessaria la revisione che espongo.

(1) LIVENES, « Phil. Mag. », 30, p. 526; 1915.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica industriale della R. Università di Milano; presentata nella seduta del 1° novembre 1925.

(3) A. UNGARELLI, « Gazz. Chim. Ital. », LV (1925) 118.

(4) L. CAMBI, questi « Rend. », XVI 2° (1907) 542 e 560; XVII 1° (1908) 203 e 720; XXII 1° (1913) 376; XXIII 1° (1914) 812; XXIV 2° (1915) 434.

L'esperienza dell'A. è semplice: mescola soluzioni acquose dei due sali su indicati, aggiunge alcool metilico che provoca la separazione di un sale in aghi gialli. A questo viene attribuita la formola $\text{Na}_4[\text{Fe}(\text{CN})_5 \cdot \text{NO}]9\text{H}_2\text{O}$, contenente cioè nel complesso un residuo dell'acido HNO . La formola è basata su alcune analisi e su quattro determinazioni crioscopiche. Dai valori del coefficiente i , che risultano analoghi a quelli del ferrocianuro di potassio, è dedotta la formola semplice su riferita, con il residuo $-\text{NO}$, ed è scartata quella doppia, con il residuo $-\text{N}_2\text{O}_2-$ dell'acido iponitroso propriamente detto.

L'A. descrive poi alcune reazioni cromatiche, di precipitazione con sali di diversi metalli pesanti, che sono simili a quelle dei ferropentacianuri e, giova avvertire, sono comuni anche ai ferrocianuri, se si eccettua quella del sale d'argento che darebbe un precipitato « giallo-miele », in luogo di bianco. Infine osserva che il sale non dà reazione con i solfuri alcalini.

Con quanto precede l'A. non dà alcuna dimostrazione della reale esistenza del gruppo $-\text{NO}$ nel sale complesso. Scinde questo con l'ossido mercurico per l'analisi, ma non stabilisce se nella decomposizione si formi iponitrito o nitrito, oppure se si sviluppino ossidi d'azoto ⁽¹⁾. Nè indaga il comportamento del nuovo sale con gli ossidanti noti dei ferropentacianuri che possano dare indicazioni decisive sulla sua costituzione ⁽²⁾. Ricordo a questo punto che l'aggruppamento $-\text{NO}$ dei nitrososolfuri del ferro, come venne da me dimostrato ⁽³⁾, si ossida ad NO ; e che nelle riduzioni dei nitriti studiate più recentemente da O. Baudisch ⁽⁴⁾ interviene una scissione $\text{HNO} \rightarrow \text{NO} + \text{H}$.

Il nostro A. non si preoccupa di tutto ciò e tanto meno dubita della scissione, che ammette nella formazione del sale complesso, $\text{Na}_4\text{N}_2\text{O}_2 = 2\text{NaNO}$, basandola su alcune determinazioni crioscopiche, mentre finora si è verificato soltanto il processo inverso ⁽⁵⁾.

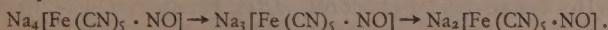
Queste premesse indirizzano le esperienze che espongo:

PARTE SPERIMENTALE.

Iponitrito ed acquoferropentacianuro. — I due sali iponitrito ed acquoferropentacianuro di sodio vennero preparati puri. Le loro soluzioni vennero mescolate alle concentrazioni e nel rapporto indicato dal citato A. L'aggiunta

(1) È noto che il nitroprussiato si scinde, con l'ossido di mercurio o con quello di argento, con formazione quantitativa di nitrito.

(2) In questo caso era da attendersi l'ossidazione:



(3) L. CAMBI, questi « Rend. », loc. cit.

(4) O. BAUDISCH, « Ber. », 50 (1917) 653.

(5) Le esperienze del prof. A. Angeli sono state recentemente illustrate anche da F. RASCHIG, *Schwefel- und Stickstoffstudien* (1924), p. 83.

di alcool metilico provoca dapprima la separazione di acquoferropentacianuro; si separa poi lentamente, in quantità variabili, in aghi sericei gialli il sale che presenta tutti i caratteri descritti. Esso è impuro per acquopentacianuro e frequentemente per ossido ferrico che trascina con sè.

Ho sottoposto i prodotti separati con l'alcool metilico alla scissione con ossido di mercurio, seguendo il metodo che descriverò, ma non ho notato formazione di ossidi d'azoto, nè di nitrito. Il sale in aghi gialli venne purificato disciogliendolo in poca acqua e riprecipitandolo con alcool metilico: si presenta allora in aghi appena colorati in giallo chiaro.

Il preteso nuovo sale non dà la reazione di K. A. Hofmann, con l'idrosilamina, caratteristica dei ferropentacianuri. Si ossida con bromo generando un ferricianuro giallo-aranciato che non dà reazione cromatica con i solfuri alcalini. Non produce composti ossigenati d'azoto, decomposto con ossido di mercurio o d'argento. Per contro dà tutte le reazioni del ferrocianuro. L'analisi infine ha dimostrato che si tratta in effetto del *ferrocianuro di sodio*: $\text{Na}_4\text{Fe}(\text{CN})_6 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ ⁽¹⁾. I miei risultati analitici concordano con quelli dell'A.: differiscono soltanto per il tenore in — CN.

Ho ripetuto anche le determinazioni crioscopiche con ferrocianuro di sodio del commercio e con il sale preparato nel modo anzidetto; i valori ottenuti coincidono fra loro e con quelli pubblicati nella Nota su citata:

$\text{Na}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ Gr. su 100 di solv.	Δ C°	i	Presunto nuovo sale Gr. su 100 di solv. (2)	Δ C°	i
1.27	0°.31	3.98	1.272	0°.30	3.9
2.31	0°.46	3.24	2.314	0°.46	3.29
3.14	0°.61	3.17	3.14	0°.60	3.16

Per un'indagine ulteriore ho trattato la soluzione contenente iponitrito ed acquoferropentacianuro con eccesso di solfato d'argento che precipita una miscela dei due sali d'argento. Infatti il ferropentacianuro d'argento formatosi si decompone nel modo caratteristico e dalla massa dei sali precipitati si estrae con acido solforico diluito l'iponitrito d'argento che si purifica nel modo pure noto. Ciò riprova che i due sali non si associano per dare il preteso nitroprussiato.

È nota la decomposizione che subisce l'iponitrito di sodio in soluzione acquosa ⁽³⁾. Ho voluto rendermi conto della persistenza dell'iponitrito in

(1) È ben noto che il ferrocianuro di sodio precipita dalle soluzioni acquose con alcool in aghi sericei con nove molecole di acqua di cristallizzazione.

(2) Dati di A. UNGARELXI.

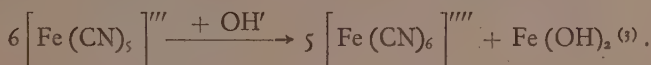
(3) Vedi RASCHIG, loc. cit., p. 97.

presenza dell'acquoferropentacianuro. Frazioni di egual volume della soluzione, contenente i due sali nei rapporti equivalenti, vennero lasciate a sè, a circa 10°, per tempi diversi. Le soluzioni vennero di poi decomposte all'ebollizione con ossido mercurico ⁽¹⁾. Il gas raccolto era sostituito da N₂O.

Sol. acq. di Na ₂ N ₂ O ₂ 0.2 Mol. ca		Sol. acq. di Na ₂ N ₂ O ₂ e Na ₃ Fe (CN) ₅ · H ₂ O 0.2 Mol. ca.	
Tempo	Vol. di N ₂ O racc. riferito al teorico preso come 100	Tempo	Vol. di N ₂ O racc. riferito al teorico preso come 100
0	99.3	1 ora	95.4
100 ore	89.0	4 ore	89.5
		22 »	43.2

Questi dati offrono una misura relativa della velocità di decomposizione dell'iponitrito che è accelerata dalla presenza dell'acquocianuro. La più gran parte dell'iponitrito si scinde nel modo noto, generando N₂O. Contemporaneamente si manifesta la decomposizione dell'acquosale, con separazione di ossido ferrico idrato e formazione di ferrocianuro.

Decomposizione dell'acquoferropentacianuro. — È noto, fin dall'epoca della loro scoperta, che i pentacianuri alcalini si decompongono generando ferrocianuro. Assai spiccata è la tendenza a decomorsi del nitritoferropentacianuro che, in soluzione acquosa, sopra 15°, si decompone principalmente in nitrito, ossido ferrico idrato e ferrocianuro. Lo stesso acquoferropentacianuro di sodio ha notevole tendenza a decomorsi: se nella sua preparazione si superano i 5° si forma ossido ferrico e ferrocianuro ⁽²⁾. Cioè l'aggruppamento Fe(CN)₅ di questi sali tende a trasformarsi secondo lo schema



L'ossigeno atmosferico favorisce il processo, intervenendo ad ossidare il ferro che si separa come idrato; i nitriti alcalini agiscono pure da attivi ossidanti, nell'ambiente alcalino, dell'idrato stesso. In soluzioni alcaline, ho notato essere sufficienti piccole percentuali di nitrito sodico per aversi a circa 30°

(1) Ho aggiunto HgO per decomporre anche il supposto prodotto di addizione.

(2) K. A. HOFMANN, « Lieb. Ann. », 312 (1900) 14.

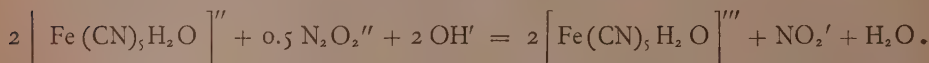
(3) La reazione è di certo assai più complessa, per l'intervento di composti intermedi. Ricordo che l'acquosale con alcali si trasforma nell'idrossale Na₄[Fe(CN)₅OH]. Ricordo la formazione di perossidi del tipo Na₃[Fe(CN)₅O₂], notata da O. BAUDISCH (« Ber. », 54 (1921) 416) per azione dell'aria e della luce.

una decomposizione pressochè completa dell'acquoferropentacianuro di sodio.

Una decomposizione analoga ho osservato con l'iponitrito: la reazione è accelerata dalla luce. In presenza di aria, alla luce solare diretta, le soluzioni dei due sali in rapporti equivalenti, in 4 ore, hanno dato un precipitato di ossido ferrico idrato corrispondente a circa 1/6 del ferro totale del ferropentacianuro impiegato, in accordo con lo schema precedente.

Il complesso di questi fatti spiega la costante formazione del ferrocianuro, dalle soluzioni di iponitrito ed acquoferropentacianuro di sodio. Ma, l'abbondante precipitato del supposto nuovo sale, cioè di ferrocianuro, che, in qualche caso, l'Ungarelli ha osservato, fa credere che egli abbia impiegato ferropentacianuro con notevole impurezza di ferrocianuro ⁽¹⁾.

Iponitrito ed acquoferripentacianuro. — Ho esaminato il comportamento del sale ferrico $\text{Na}_2[\text{Fe}(\text{CN})_5\text{H}_2\text{O}]$ con l'iponitrito. In presenza di un eccesso di questo sale la soluzione del prussiato ferrico volge dal violetto cupo al giallo: l'iponitrito si ossida a nitrito. Con eccesso di acquoferripentacianuro, in presenza di alcali, l'iponitrito viene ossidato quantitativamente a nitrito; la reazione è notevolmente accelerata dalla luce:



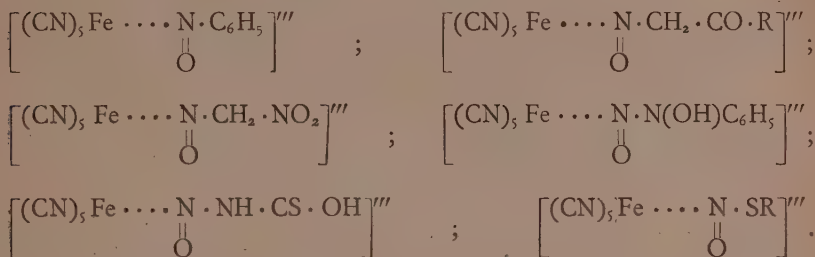
La stessa reazione ho verificato col ferricianuro di potassio. Queste ossidazioni dell'acido iponitroso sono analoghe a quella operata dal permanganato in soluzione alcalina.

Associazioni fra nitrosoderivati e ferropentacianuri. — L'iponitrito non si associa, come ho sopra dimostrato con l'aggruppamento $\text{Fe}(\text{CN})_5$ dei ferropentacianuri: l'aggruppamento dell'acido iponitroso non reagisce col ferro del complesso, come è inerte verso altri aggruppamenti con atomi non saturi, con i quali invece reagisce attivamente la diossiammoniaca, HNO . Farò notare che quei nitrosoderivati che conservano uno spiccato carattere non saturo del gruppo — NO , analogo a quello della diossiammoniaca, si associano energicamente col ferropentacianuro, come ad es., il nitrosobenzolo ⁽²⁾. Ho voluto, a proposito di questa discussione, precisare i caratteri del nitrosale generato dal nitrosobenzolo che, come descriverò in seguito, ho potuto isolare allo stato puro ed anidro. Al sale sodico, di colore intensissimo violetto-porpora, spetta in effetto la formola $\text{Na}_3[\text{Fe}(\text{CN})_5\text{ON}\cdot\text{C}_6\text{H}_5]$. Dà un sale d'argento violetto che all'ebollizione con acqua si scinde svolgendo nitrosobenzolo.

(1) L'A. dice che la preparazione del preteso nuovo sale riesce meglio con acquoferropentacianuro giallo, anzichè con quello verde. Finora col metodo di preparazione usato dall'A. non si sono ottenuti isomeri del sale in parola: si possono ottenere prodotti più o meno puri.

(2) O. BAUDISCH, «Ber.». 54 (1921) 414.

Questo nitrososale sodico ha molte analogie con quelli, pure intensamente colorati, che io ho ottenuto per condensazione del nitroprussiato con alcuni chetonie con la tiourea, che ho reso noti ⁽²⁾; e da altri composti aventi idrogeno mobile, i quali descriverò in seguito:



Questi nitrosoferropentacianuri mettono in evidenza l'affinità che può manifestarsi fra l'atomo di ferro del gruppo $\text{Fe}(\text{CN})_5$ e l'atomo di azoto nella forma $-\text{NO}$. Tale affinità non è manifestata dall'aggruppamento $-\text{N}_2\text{O}_2-$ dell'iponitrito, in armonia con tutto il comportamento chimico dell'acido iponitroso propriamente detto.

Chiudendo debbo notare che tralascio ogni rilievo sulle lacune ed inesattezze dell'abbondante ricompilazione letteraria che correda la pubblicazione di A. Ungarelli.

Ringrazio il dott. V. Toja che mi ha aiutato in queste esperienze.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Ancora sulla convergenza delle serie di funzioni ortogonali.* Nota di CARLO SEVERINI presentata dal Corrispondente GINO LORIA. ⁽²⁾

4. S'indichi con L il prodotto degli insiemi ⁽³⁾:

$$K_p \quad (p \equiv p_1).$$

Sarà:

$$mL \equiv b - a - \frac{\lambda}{\delta^2} \sum_{p_1}^{\infty} p \sum_{p^{\lambda}}^{(p+1)^{\lambda}-1} C_n^2,$$

(1) L. CAMBI, questi «Rend.», XXIII 1° (1914) 812; XXIV 2° (1915) 435.

(2) Presentata nella seduta del 5 agosto 1925.

(3) Cfr. Nota, in questi «Rendiconti», vol. II, fasc. 12, p. 543.

ed a causa della (6):

$$mL \equiv b - a - \lambda \delta.$$

Nell'insieme L risulta:

$$(46) \quad \left| S_q(x) - S_{p^{\lambda-1}}(x) \right| \equiv \lambda \delta \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p_1 \\ p^{\lambda-1} \equiv q \equiv (p+1)^{\lambda-1} \end{array} \right).$$

Il prodotto di questo insieme L e dell'insieme F⁽¹⁾ è un insieme M_δ di misura maggiore od uguale a:

$$b - a - (\lambda + 1) \delta,$$

nel quale risulta:

$$(47) \quad \left| S_q(x) - S_{q_1}(x) \right| \equiv 2(\lambda + 1) \delta \quad \left(\begin{array}{l} q \equiv p_1^{\lambda-1} \\ q_1 \equiv p_1^{\lambda} - 1 \end{array} \right);$$

se infatti:

$$\begin{array}{l} p^{\lambda} - 1 \equiv q \equiv (p+1)^{\lambda} - 1 \\ \bar{p}^{\lambda} - 1 \equiv q_1 \equiv (\bar{p}+1)^{\lambda} - 1 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p_1 \\ \bar{p} \equiv \bar{p}_1 \end{array} \right),$$

poichè:

$$\begin{aligned} & \left| S_q(x) - S_{q_1}(x) \right| \equiv \left| S_q(x) - S_{p^{\lambda-1}}(x) \right| + \\ & + \left| S_{p^{\lambda-1}}(x) - S_{\bar{p}^{\lambda-1}}(x) \right| + \left| S_{\bar{p}^{\lambda-1}}(x) - S_{q_1}(x) \right|, \end{aligned}$$

dalla (15) e dalla (46) segue senz'altro la (47).

Se ε è un numero positivo, arbitrariamente scelto, si può intendere che il numero δ , dianzi considerato, sia tale da avere:

$$2(\lambda + 1) \delta \equiv \varepsilon.$$

In corrispondenza l'insieme M_δ avrà una misura maggiore di:

$$b - a - \varepsilon,$$

ed in esso si avrà:

$$(48) \quad \left| S_q(x) - S_{q_1}(x) \right| \equiv \varepsilon \quad \left(\begin{array}{l} q \equiv q_1 \\ q_1 \equiv q_1 \end{array} \right),$$

ove q_1 è un conveniente valore dell'indice q , dipendente da ε .

(1) Cfr. Nota I, in questi « Rendiconti », fasc. 11, sem. II, p. 471, § 1.

Per il seguito giova intendere che sia q_ϵ il più piccolo numero intero positivo, pel quale ha luogo la (48).

5. Fissata ora una quantità positiva σ ad arbitrio, si consideri la successione:

$$\frac{\sigma}{2^n} \quad (n = 1, 2, \dots),$$

e s'indichino in corrispondenza con:

$$(49) \quad M_{\delta_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

gl'insiemi, determinati nel modo anzidetto, nei quali si ha:

$$\left| S_q(x) - S_{q_1}(x) \right| \leq \frac{\sigma}{2^n} \quad \left(\begin{array}{l} n = 1, 2, \dots \\ q \equiv q_{\epsilon_n} \\ q_1 \equiv q_{\epsilon_n} \end{array} \right),$$

il numero q_{ϵ_n} essendo determinato, per ogni n , come dianzi, per ϵ , il numero q_ϵ .

Se con N si rappresenta il prodotto degl'insiemi (49), risulta:

$$mN \equiv b - a - \sigma,$$

e per ogni numero positivo, τ , comunque scelto, esiste in corrispondenza un valore q_τ dell'indice q , pel quale si ha, in tutti i punti di N :

$$\left| S_q(x) - S_{q_1}(x) \right| \leq \tau \quad \left(\begin{array}{l} q \equiv q_\tau \\ q_1 \equiv q_\tau \end{array} \right),$$

cioè la serie data (4) risulta equiconvergente nell'insieme N .

Potendo σ essere scelto arbitrariamente piccolo, se ne deduce che, nelle ipotesi poste, la stessa serie (4) converge quasi dappertutto nell'intervallo (a, b) .

Si arriva così, come in principio è stato accennato, al seguente teorema:

Sia:

$$(1) \quad \Phi_1(x), \Phi_2(x), \dots, \Phi_n(x), \dots$$

una successione di funzioni, sommabili insieme coi loro quadrati, ortogonali e normali in un intervallo finito (a, b) , tali cioè da avere:

$$\int_a^b \Phi_n(x) \Phi_p(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq p \\ 1 & \text{» } n = p. \end{cases}$$

Sia inoltre:

$$(2) \quad C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$$

una successione qualsivoglia di costanti (reali), soggette alla condizione che converga, per qualche valore intero, positivo di λ , la serie:

$$(5) \quad \sum_1^{2^{\lambda}-1} C_n^2 + 2 \sum_2^{3^{\lambda}-1} C_n^2 + \dots + p \sum_{p^{\lambda}}^{(p+1)^{\lambda}-1} C_n^2 + \dots$$

Sotto queste ipotesi la serie:

$$C_1 \Phi_1(x) + C_2 \Phi_2(x) + \dots + C_n \Phi_n(x) + \dots$$

converge quasi dappertutto nell'intervallo $(a, b)^{(1)}$.

6. È facile vedere che il precedente risultato comprende il risultato sopra detto di E. W. Hobson.

Se infatti converge, per qualche valore di $k > 0$, la serie (3), detto λ un numero intero, positivo, tale che si abbia:

$$\frac{1}{\lambda} \equiv k$$

converge a maggior ragione la serie:

$$\sum_1^{\infty} n^{\frac{1}{\lambda}} C_n^2,$$

che è per la (5) una serie maggiorante.

7. Notevoli criteri di convergenza si ottengono per la (4), considerando particolari serie convergenti a termini positivi, quali serie maggioranti per la (5) ovvero per la (3).

Sono da segnalare i criteri, che si deducono dalla serie:

$$(50) \quad 1 + \sum_n^{\infty} \frac{(\log n)^r}{n^s} \quad \left(\begin{array}{l} s > 1, \quad r \text{ qualsivoglia} \\ s = 1, \quad r < -1 \end{array} \right).$$

Si ha così che la (4) converge quasi dappertutto in (a, b) , se da un certo valore p' dell'indice p in poi, essendo M una costante positiva finita, risulta, per qualche valore intero, positivo di λ :

$$\sum_{p^{\lambda}}^{(p+1)^{\lambda}-1} C_n^2 \equiv \frac{M}{p} \sum_{p^{\lambda}}^{(p+1)^{\lambda}-1} \frac{(\log n)^r}{n^s} \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p' \\ s > 1, \quad r \text{ qualsivoglia} \\ s = 1, \quad r < -1 \end{array} \right);$$

(1) Cfr. C. SEVERINI, *Sopra gli sviluppi in serie di funzioni ortogonali* «Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania», Serie V, vol. III (1910), § 4.

in particolare se:

$$(51) \quad |C_n| \equiv \frac{M}{\sqrt{n p (\log n)^r}} \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p' \\ r > 1 \\ p^\lambda \equiv n \equiv (p+1)^\lambda - 1 \end{array} \right);$$

da questa disuguaglianza (51) segue infatti:

$$p C_n^2 \equiv \frac{M^2 (\log n)^{-r}}{n} \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p' \\ r > 1 \\ p^\lambda \equiv n \equiv (p+1)^\lambda - 1 \end{array} \right).$$

La convergenza della (3) ha luogo a sua volta, se, da un certo valore n' dell'indice n in poi, si ha:

$$(52) \quad |C_n| \equiv \frac{M (\log n)^r}{n^s} \quad \left(\begin{array}{l} n \equiv n' \\ s > \frac{1}{2}, r \text{ qualsivoglia} \end{array} \right),$$

perchè allora, posto:

$$s = \frac{1}{2} + k \quad (k > 0),$$

risulta:

$$n^k C_n^2 \equiv \frac{M^2 (\log n)^{2r}}{n^{1+k}} \quad \left(\begin{array}{l} n \equiv n' \\ k > 0 \\ r \text{ qualsivoglia} \end{array} \right).$$

8. Il criterio espresso dalla (51) si generalizza, se, al posto della corrispondente serie (50), si considera una serie qualsivoglia di Bertrand⁽¹⁾:

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_v(x) (\log_v n)^{\rho}} \quad \left(\begin{array}{l} v = 1, 2, \dots \\ \rho > 0 \end{array} \right)$$

ove s'intende che sia:

$$\log_1 x = \log x$$

$$\log_v x = \log (\log_{v-1} x) \quad (v = 2, 3, \dots)$$

$$\mu_v(x) = x \log x \log_2 x \dots \log_v(x) \quad (v = 1, 2, \dots).$$

(1) Cfr. E. BOREL, *Leçons sur les séries à termes positifs professées au Collège de France*, Chap. I. Paris, Gauthier-Villars (1902).

Si ha così che la serie (4) converge quasi dappertutto nell'intervallo (a, b) , se per qualche coppia di valori interi, positivi di λ e ν , si ha:

$$|C_n| \leq \frac{M}{\sqrt{p^{\mu_\nu}(x) (\log_\nu n)^2}} \quad \left(\begin{array}{l} p \equiv p' \\ \rho > 0 \\ p^\lambda \equiv n \equiv (p+1)^\lambda - 1 \end{array} \right).$$

Alla stessa conclusione si perviene se, riferendosi alla (3), si pone che per qualche valore intero, positivo di ν , risulti:

$$|C_n| \leq \frac{M}{\sqrt{\mu_\nu(n) (n \log_\nu n)^2}} \quad \left(\begin{array}{l} n \equiv n' \\ \rho > 0 \end{array} \right).$$

Nel caso che sia $\nu = 1$ questo criterio di convergenza rientra nel criterio espresso dalla (52).

9. Giova in fine notare che la convergenza quasi dappertutto nell'intervallo (a, b) della serie (4) ha luogo, se, per qualche numero positivo η , minore dell'unità, risulta, da un certo valore n' dell'indice n in poi:

$$\left| \frac{C_{n+1}}{C_n} \right| \leq \eta \quad \left(\begin{array}{l} 0 < \eta < 1 \\ n \geq n' \end{array} \right).$$

In tale ipotesi, essendo k una quantità qualsivoglia, maggiore di zero, η_1 una quantità soggetta alla condizione:

$$\eta < \eta_1 < 1,$$

ed n'' un valore dell'indice n , non minore di n' , tale da avere:

$$\left(\frac{n+1}{n} \right)^{\frac{k}{2}} \leq \frac{\eta_1}{\eta} \quad (n \geq n''),$$

si ha:

$$\left(\frac{n+1}{n} \right)^{\frac{k}{2}} \cdot \left| \frac{C_{n+1}}{C_n} \right| \leq \eta_1 \quad (n \geq n''),$$

ossia:

$$\left(\frac{n+1}{n} \right)^k \cdot \frac{C_{n+1}^2}{C_n^2} \leq \eta_1^2 < 1 \quad (n \geq n''),$$

che è quanto occorre al nostro scopo.

Matematica. — Nuova serie per la costante di Eulero, $C = 0,577\dots$ Nota di GIOVANNI VACCA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Ho trovato una semplice espressione⁽¹⁾ della costante di Eulero, che credo nuova, e mi sembra interessante.

Posto $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$, dalle relazioni:

$$C = \lim_{n=\infty} (H_n - \log n) = \lim_{n=\infty} [H(n^2) - 2 \log n],$$

si ha:

$$C = \lim_{n=\infty} [2 H_n - H(n^2)].$$

Ma poichè: $\lim_{n=\infty} \{ H(n^2) - H[n(n+1)] \} = 0$, si può anche scrivere:

$$C = \lim_{n=\infty} \{ 2 H_n - H[n(n+1)] \}.$$

L'espressione⁽²⁾ di cui si prende il limite, passa dal valore che essa ha per l'intero $n-1$ a quello che assume per l'intero successivo n , aggiungendo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{n} - \frac{1}{n(n-1)+1} - \dots - \frac{1}{n(n+1)} &= \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n(n-1)+1} \right) + \\ &+ \dots + \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n(n+1)} \right). \end{aligned}$$

Se quindi indichiamo con Q_n il quadrato intero più prossimo ad n , cioè se Q_n è quel numero u , intero e quadrato, tale che sia: $u - \sqrt{u} < n \equiv \equiv u + \sqrt{u}$, si ha:

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{Q_n} - \frac{1}{n} \right).$$

(1) Ne avevo date altre nei « Rend. della R. Acc. dei Lincei », febr. 1920, p. 206-210.

(2) Si vede facilmente che questa espressione tende rapidamente, crescendo, al valore C . Per $n=1$ essa vale 0,5; per $n=2$, vale 0,55; per $n=3$, vale 0,563...

D'altra parte, indicando col simbolo di Legendre $E(x)$, la parte intera del numero x , si ha:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(E\sqrt{n})^2} - \frac{1}{Q_n} \right] = \left(1 - \frac{1}{4} \right) + 2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) + 3 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) + \dots = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Quindi combinando questo risultato col precedente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(E\sqrt{n})^2} - \frac{1}{n} \right] = \frac{\pi^2}{6} + C.$$

Questo notevole risultato rivela un nuovo legame tra la costante di Eulero ed il numero π , analogo a quello scoperto da Paul Appell ⁽¹⁾:

$$\Gamma''(1) = C^2 + \frac{\pi^2}{6}.$$

Astronomia teoretica. — Sulla « energia totale » dei pianeti.
Nota di MARIANO PIERUCCI presentata dal Corrisp. G. ARMELLINI.

È noto che nelle teorie quantistiche ha una parte di primaria importanza l'energia

$$-\frac{eE}{2a} \quad \left(\begin{array}{l} e, E, \text{ cariche dell'elettrone e del nucleo} \\ a, \text{ semigrandasse dell'orbita ellittica} \end{array} \right)$$

che è, a meno di una costante addittiva, la metà dell'energia potenziale alla distanza a dal nucleo, e (per un teorema di Bohr recentemente generalizzato

(1) P. APPELL, *Quelques intégrales définies se rattachant à la constante d'Euler*, « Acta Mathematica », 1925, t. 45, p. 289.

Esistono formole analoghe per i cubi, e le potenze successive. Noterò ad esempio che, se si indica con C_n il massimo cubo intero u tale che sia $u - \sqrt[3]{u} < n$, si ha:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(E\sqrt[3]{n})^3} - \frac{1}{C_n} \right] = 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \dots = S_3.$$

Se invece si indica con C'_n il cubo intero più prossimo ad n , si ha:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(E\sqrt[3]{n})^3} - \frac{1}{C'_n} \right] = \frac{\pi^2}{2}.$$

Tutte queste formole si dimostrano immediatamente; scritti per disteso i primi termini delle sommatorie, la legge di formazione appare evidente.

dal Sommerfeld)⁽¹⁾ è anche la così detta « energia totale ». S'intende che non si tratta veramente della totalità dell'energia, per la quale sarebbe assurdo il segno —; ma di un termine, come abbiamo detto, di primaria importanza caratterizzata dalle variazioni per salti discontinui che costituiscono, diciamo così, l'essenza delle teorie quantistiche.

Orbene, qualunque sia il significato e il valore che si possa attribuire al mio risultato, io ho riconosciuto che nel sistema planetario il termine analogo

$$W = - \frac{v m M}{2 a} \quad \left(\begin{array}{l} m, M, \text{ masse del pianeta e del Sole} \\ v, \text{ costante di gravitazione} \end{array} \right)$$

ha pure, tra i diversi pianeti, variazioni regolari, che sotto un certo rispetto si potrebbero dire ancora di tipo quantistico, e che ora passo ad esporre.

Per brevità chiamerò W « energia » del pianeta.

Per confrontare fra loro le « energie » dei pianeti basta, naturalmente, confrontare fra loro i vari rapporti m/a .

Per i dati di partenza e per la loro discussione rimando il lettore alla Nota più estesa comparsa sul *Nuovo Cimento*⁽²⁾. Qui riporto i valori del rapporto m/a ⁽³⁾.

TABELLA I.

	m/a	Annotazioni
Giove	61.189	valore base
Saturno	10.156	media di $\left\{ \begin{array}{l} 10.031 \\ 10.282 \end{array} \right.$
Venere	1.12955	—
Terra	1.01542	—
Urano	0.75865	—
Nettuno	0.56924	media di $\left\{ \begin{array}{l} 0.57590 \\ 0.56258 \end{array} \right.$
Mercurio	0.14466	—
Marte	0.07088	—

(1) SOMMERFELD, *Atombau und Spektrallinien*.

(2) « N. C. », p. 325, 1925.

(3) Disposti i pianeti per « energie » decrescenti (o crescenti) si hanno dunque le quattro coppie:

1° Giove, 2° Saturno (i due grandi dei pianeti esterni);

3° Venere, 4° Terra (i due grandi degli interni);

5° Urano, 6° Nettuno (i due piccoli degli esterni);

7° Mercurio, 8° Marte (i due piccoli degli interni).

Inoltre, in ogni coppia è il pianeta più vicino al Sole quello che possiede il maggior valore del rapporto m/a ; o, se si vuole, per cui è più grande, in valore assoluto, la

così detta « energia totale » — $\frac{v m M}{2 a}$.

Indicando ora per brevità con G, S, V, T, U, N, M^o, M^e, i valori del rapporto m/a per gli otto pianeti, si vede subito che:

$$\begin{aligned} 1^{\circ} \text{ G/S} &= 6.0249; & 2^{\circ} \text{ S/V} &= 8.9912; & 3^{\circ} \text{ S/T} &= 10.0018; \\ 4^{\circ} \text{ V/U} &= 2.9778/2; & 5^{\circ} \text{ V/N} &= 1.9843; & 6^{\circ} \text{ V/M}^e &= 15.9361; \\ 7^{\circ} \text{ U/N} &= 3.9982/3; & 8^{\circ} \text{ N/M}^o &= 3.9350; & 9^{\circ} \text{ N/M}^e &= 8.0310; \\ 10^{\circ} \text{ M}^o/\text{M}^e &= 2.0409. \end{aligned}$$

Si hanno cioè dei numeri vicini a: 6, 9, 10, $3/2$, 2, 16, $4/3$, 4, 8, 2, vicini cioè a numeri interi o frazioni improprie le più semplici. Di più gli scarti maggiori si hanno per i rapporti nei quali compare al numeratore o al denominatore l'«energia» di Mercurio (per il quale, come è noto, la determinazione della massa è incerta assai).

Fare un calcolo esauriente per dire quale probabilità c'è che quanto sopra avvenga fortuitamente è cosa, di certo, molto difficile. Contentandoci però di avere un'idea sommaria dell'ordine di grandezza di una tale probabilità mi sembra che debba riguardarsi come piccola assai. Difatti, considerati gli otto numeri, come si presentano naturalmente (cioè in ordine crescente o decrescente, p. e. decrescente), che il maggiore sia distante da un multiplo del successivo meno di $2\frac{1}{2}$ centesimi v'è la probabilità $5/100$; e che questo sia distante da un multiplo del suo successivo meno di $89/10000$ v'è la probabilità $2.89/10000 = 178/10000$; la probabilità che i due fatti avvengano contemporaneamente è dunque 890.10^{-6} ; ossia appar *minore di un millesimo*. Siccome poi la probabilità che avvengano gli altri fatti è certamente inferiore alla certezza, cioè all'unità, così la probabilità complessiva che tutto ciò sia fortuito sembrerebbe molto piccola.

Lasciando ora da parte tale problema, osserviamo che le relazioni $1^a, 2^a \dots 10^a$ non sono che casi particolari di una regolarità più generale che può esprimersi brevemente col quadro che segue:

$$\begin{aligned} \text{G} &= 1/2^0 3^0 5^0; & \text{S} &= 1/2^1 3^1 5^0; & \text{V} &= 1/2^1 3^1 5^0; & \text{T} &= 1/2^2 3^1 5^1; \\ \text{U} &= 1/2^0 3^4 5^0; & \text{N} &= 1/2^2 3^3 5^0; & \text{M}^o &= 1/2^4 3^3 5^0; & \text{M}^e &= 1/2^5 3^3 5^0. \end{aligned}$$

Ossia a parole, le «energie» dei vari pianeti si ottengono da quella di Giove dividendola per potenze semplici dei fattori primi 2, 3, 5⁽¹⁾.

(1) Naturalmente dalle otto relazioni seguono necessariamente le altre che si ottengono confrontando tra loro le energie dei vari pianeti, in tutti i modi possibili. S'ottiene così il quadro:

$$\begin{aligned} \text{G} &= 2 \cdot 3 \cdot \text{S} = 2 \cdot 3^3 \cdot \text{V} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \text{T} = 3^4 \cdot \text{U} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot \text{N} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot \text{M}^o = 2^5 \cdot 3^3 \cdot \text{M}^e \\ \text{S} &= 3^2, \text{V} = 2 \cdot 5 \cdot \text{T} = 2^{-1} \cdot 3^3 \cdot \text{U} = 2 \cdot 3^2 \cdot \text{N} = 2^3 / 3^2 \cdot \text{M}^o = 2^4 \cdot 3^2 \cdot \text{M}^e \\ \text{V} &= 2 \cdot 3^{-2} \cdot 5 \cdot \text{T} = 2^{-1} \cdot 3 \cdot \text{U} = 2 \cdot \text{N} = 2^3 \cdot \text{M}^o = 2^4 \cdot \text{M}^e \\ \text{T} &= 2^{-2} \cdot 3^3 \cdot 5^{-1} \cdot \text{U} = 3^2 \cdot 5^{-1} \cdot \text{N} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^{-2} \cdot \text{M}^o = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^{-1} \cdot \text{M}^e \\ & \quad \text{U} = 2^2 \cdot 3^{-1} \cdot \text{N} = 2^4 \cdot 3^{-1} \cdot \text{M}^o = 2^5 \cdot 3^{-1} \cdot \text{M}^e \\ & \quad \text{N} = 2^2 \cdot \text{M}^o = 2^3 \cdot \text{M}^e \\ & \quad \text{M}^o = 2 \cdot \text{M}^e \end{aligned}$$

Esso contiene tutte le dieci relazioni semplici del testo ed esprime la regolarità nella forma più completa.

Nella tabella che segue sono scritti i valori calcolati accanto a quelli osservati e agli scarti in *per cento*.

TABELLA II.

	<i>m/a</i> calcolati	<i>m/a</i> osservati	val. calc. — val. oss. valori calcolati
Giove	61.189	61.189	0.00 %
Saturno	10.198	10.156 media di $\left\{ \begin{array}{l} 10.031 \\ 10.282 \end{array} \right.$	+ 0.41 %
Venere	1.13313	1.12955	+ 0.28 % ERROR
Terra	1.01982	1.01542	+ 0.43 % MEDIO
Urano	0.75541	0.75865	— 0.43 % 0.82 %
Nettuno	0.56656	0.56924 media di $\left\{ \begin{array}{l} 0.56258 \\ 0.57590 \end{array} \right.$	— 0.47 %
Mercurio	0.14164	0.14466	— 2.13 %
Marte	0.07082	0.07088	— 0.08 %

Gli scarti rientrano dunque, tutti, nell'ordine di grandezza dell'attuale indeterminazione delle masse. Ciò si vede anche meglio dalla tabella seguente, dove ho posto le masse calcolate secondo la regolarità accanto a quelle osservate.

TABELLA III.

	masse calcolate	masse osservate e annotazioni
Giove	318.342	318.342 media di numerosissime osservazioni concordanti tra loro tutte a meno del 0,3 per mille.
Saturno	97.44	97.04 media di $\left\{ \begin{array}{l} 95.84 \\ 98.24 \end{array} \right.$ i due valori più recenti
Venere	0.8196	0.817 unico valore recente
Terra	1.0198	1.0154 » » »
Urano	14.52	14.58 » » »
Nettuno	17.06	17.14 media di $\left\{ \begin{array}{l} 16.94 \\ 17.34 \end{array} \right.$ i due valori più recenti
Mercurio	0.055	0.056 unico valore recente
Marte	0.108	0.108 » » »

Al momento attuale i valori richiesti dalla regolarità potrebbero dunque riguardarsi tutti come *possibili* valori delle masse planetarie. Non si può dunque, per ora, decidere se tale regolarità sia del tutto rigorosa o soltanto approssimata.

Idromeccanica. — *Trasformazione conforme che serve per lo studio di una corrente che fluisce tra una lastra ed una parete piana indefinita.* Nota del Ten. Colonnello del Genio Aeronautico dott. E. RAIMONDI, presentata dal Corrisp. U. CISOTTI ⁽¹⁾.

Vedremo nella presente Nota ⁽²⁾ come si possa far corrispondere, in modo conforme, il campo C del piano z (fig. 1) col campo Γ del piano Z (fig. 3).

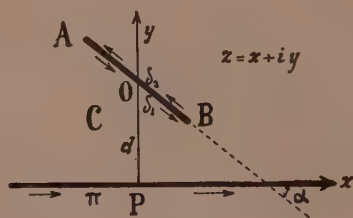


Fig. 1.

Il segmento AB, che fa parte del contorno del campo, si deve considerare doppio e costituito da due segmenti $AB = \delta_1$ e $BA = \delta_2$.

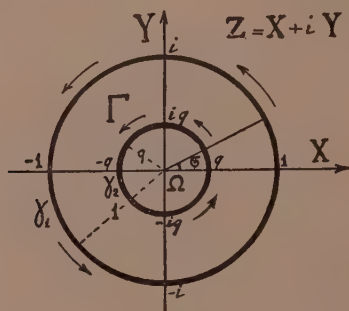


Fig. 3.

Chiamiamo α l'angolo che una tangente generica al contorno del campo C fa coll'asse reale x ; e chiamiamo σ l'angolo che un raggio generico della corona circolare Γ fa coll'asse reale X .

(1) Pervenuta all'Accademia il 15 settembre 1925.

(2) Vedi questi « Rendiconti », serie sesta, ottobre 1925, vol. II, fasc. 7 e 8, pp. 241-247.

Poichè pei punti di γ_1 e di γ_2 si ha rispettivamente

$$Z = e^{i\sigma} \quad \text{e} \quad Z = qe^{i\sigma},$$

e sul contorno di C si ha, in generale,

$$d\chi = |d\chi| e^{i\alpha}$$

è facile dimostrare ⁽¹⁾ che la funzione

$$(11) \quad F(Z) = -i \lg \left(iZ \frac{d\chi}{dZ} \right)$$

è regolare in Γ e tanto sopra γ_1 che sopra γ_2 la sua parte reale coincide con α .

In generale, se è nota la dipendenza tra α e σ , cioè, se sono note, rispettivamente su γ_1 e γ_2 , le funzioni

$$(12) \quad \alpha_1 = \alpha_1(\sigma) \quad , \quad \alpha_2 = \alpha_2(\sigma),$$

la funzione $F(Z)$, dovendo essere regolare in Γ e dovendo la sua parte reale assumere valori noti sul contorno $\gamma_1 + \gamma_2$, è data dalla formola del Villat ⁽²⁾:

$$(13) \quad F(Z) = -i \lg k + \frac{i\omega}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \alpha_1(\sigma) \zeta \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma + \\ - \frac{i\omega}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \alpha_2(\sigma) \zeta_3 \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma,$$

dove k è una costante reale e positiva arbitraria, ζ e ζ_3 sono le note funzioni ellittiche di Weierstrass, di periodo reale 2ω e di periodo immaginario $2\omega'$, inoltre ω ed $\frac{\omega'}{i}$ si suppongono entrambi positivi, ed, infine, dove si è posto

$$(14) \quad q = e^{-\frac{\pi\omega'}{i\omega}}.$$

Costruita la $F(Z)$ mediante la (13), dalla (11) si ricava, indicando con z_0 e Z_0 due punti di C e Γ rispettivamente

$$(15) \quad \chi - \chi_0 = -i \int_{Z_0}^Z \frac{e^{iF} dZ}{Z},$$

(1) Vedi, per esempio: CISOTTI, *Idromeccanica piana*, Parte I, Tamburini, Milano 1921, N. 26, p. 51.

(2) VILLAT, *Le problème de Dirichlet dans une aire annulaire*, « Rendiconti del Circolo matematico di Palermo », t. XXXIII, 1912, p. 147.

La questione si riconduce quindi al problema di Dirichlet o a quello di Neumann (che nel piano coincidono), il quale, per il caso della corona circolare, è risolto dalla formola del Villat.

relazione che stabilisce la corrispondenza conforme e biunivoca tra i campi C e T.

Nel nostro caso facciamo corrispondere alla retta π la circonferenza γ_1 , ed al segmento AB (considerato doppio) la circonferenza γ_2 . E poichè a tre dati punti del piano ζ possiamo fare corrispondere tre punti del piano Z, fissati ad arbitrio, ai seguenti punti del piano ζ :

$$P \quad , \quad A \quad , \quad B$$

facciamo corrispondere ordinatamente i seguenti punti del piano Z:

$$1 \quad , \quad q \quad , \quad -q$$

Vediamo quali sono i valori che assume α lungo il contorno del campo C, che supponiamo di percorrere nel senso indicato dalle frecce (fig. 1).

Su tutta la retta π è $\alpha = 0$; quindi $\alpha_1 = 0$.

Poi osserviamo che, se α è l'angolo che δ_1 fa coll'asse reale, l'angolo che δ_2 fa collo stesso asse è $\alpha + \pi$; dunque α_2 assume solo i valori

$$(16) \quad \alpha \quad , \quad \alpha + \pi,$$

rispettivamente in corrispondenza degli intervalli (per l'angolo σ):

$$(17) \quad (0, \pi) \quad , \quad (\pi, 2\pi).$$

Pertanto, poichè è sempre $\alpha_1 = 0$, il primo integrale che figura nella (13) si annulla; e poichè α_2 prende i valori (16) negli intervalli (17), il secondo integrale si può spezzare in due, per cui si può scrivere,

$$(18) \quad F(Z) = -i \lg k - \frac{i\omega\alpha}{\pi^2} \int_0^\pi \zeta_3 \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma + \\ - \frac{i\omega(\alpha + \pi)}{\pi^2} \int_\pi^{2\pi} \zeta_3 \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma$$

ovvero

$$(19) \quad F(Z) = -i \lg k - \frac{i\omega\alpha}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \zeta_3 \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma + \\ - \frac{i\omega}{\pi} \int_\pi^{2\pi} \zeta_3 \left(\frac{\omega}{i\pi} \lg Z - \frac{\omega\sigma}{\pi} \right) d\sigma$$

Fisica. — *Ricerche sulla birifrangenza accidentale dei colloidi in movimento.* Nota di D. GRAFFI presentata dal Socio MAJORANA.

Ho voluto ripetere le esperienze di Tieri ⁽¹⁾ e di Pontremoli ⁽²⁾ sulla birifrangenza presentata dal ferro Bravais in moto in un tubo cilindrico, servendomi però di un tubo a sezione rettangolare (di mm. 4.4 e 1 di lato) e facendo l'osservazione lungo la sua direzione minore. A nicol incrociati notai una diversità di campo secondo che la sezione principale del polarizzatore era a 45° o parallela all'asse del tubo. Nel primo caso trovai per tutti i campioni sperimentati campo sempre luminoso. Nell'altro invece si aveva per alcuni campioni una frangia nera centrale e i bordi luminosi; per altri campioni campo tutto oscuro.

Riferendomi a questi ultimi campioni essendo evidentemente gli assi ottici uno parallelo e l'altro normale all'asse del tubo, se la birifrangenza non fosse stata accompagnata da dicroismo, con il polarizzatore a 45° dall'asse del tubo, le componenti lungo gli assi ottici della vibrazione dovevano rimanere uguali all'uscita dal mezzo. Invece un forte dicroismo già riscontrato da Diesslhörst e Freundlich ⁽³⁾ fu da me ritrovato indipendentemente da essi e per altra via.

Mediante un polariscopio di Soleil potevo con facilità determinare la direzione degli assi del raggio ellittico che usciva dal mezzo. Questi assi che per la detta posizione del polarizzatore dovevano essere a 45° dall'asse del tubo in assenza di dicroismo, risultarono invece a 20° e 70° da detto asse. Per avere la differenza di fase e il rapporto fra le ampiezze delle componenti della vibrazione lungo gli assi ottici mi occorreva conoscere oltre la direzione degli assi principali dell'ellisse, anche il loro rapporto che determinai con il metodo della bilama di Righi ⁽⁴⁾. Dalle mie misure risultò che con una portata di $3 \frac{\text{cm}^3}{\text{sec.}}$ la differenza di fase fra i due raggi era di 135° e il rapporto fra le loro ampiezze, preso come misura del dicroismo, era 2.33. Il dicroismo seguiva la regola del Majorana: l'onda più lenta era la più assorbita.

Per tentare di spiegare questa birifrangenza si può supporre un'anisotropia iniziale delle micelle del colloide e un loro orientamento lungo le

(1) TIERI, «Nuovo Cimento»; serie V, to. XIX, 1910, p. 421.

(2) PONTREMOLI, «Memorie della R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze fisiche e naturali», 1921, Serie V, fasc. n. 15, p. 593.

(3) DIESSLHÖRST e FREUNDLICH, «Physik. Zeit», 1915, p. 419.

(4) RIGHI, *Studi sulla polarizzazione rotatoria magnetica*, Tip. Gamberini e Parmegiani, Bologna, 1886, p. 30.

linee di corrente per effetto del moto nel tubo sottile. Così il colloide si comporta come se fosse posto in un campo magnetico con le linee di forza coincidenti con quelle di corrente. Questa analogia è confermata dal di-croismo e dal segno della birifrangenza, che risultò positiva. Ma i liquidi possono diventare birifrangenti non solo per questa causa che dà luogo a quella che chiameremo birifrangenza del 1° tipo, ma anche per una loro de-formazione interna, analoga a quella dei solidi, a cui è applicabile la teoria del Pontremoli. Questa birifrangenza la chiamerò birifrangenza del 2° tipo.

Nei campioni su accennati, in cui il campo era pure luminoso con la sezione principale del polarizzatore parallela all'asse del tubo, si avrebbe una sovrapposizione dei due tipi di birifrangenza. Per separare le due biri-frangenze mi occorreva anzitutto conoscere la direzione degli assi ottici. Per la birifrangenza del primo tipo la direzione mi era data, come già è stato detto dall'esperienza; per determinare la direzione degli assi relativi alla birifrangenza del secondo tipo mi valse della teoria del Pontremoli.

Si assuma un sistema di assi ortogonali (O, x, y, z) tale che l'asse x coincida con l'asse del tubo e il senso del moto, l'asse z sia parallelo alla direzione dell'osservazione. Si consideri poi per un punto qualunque del mezzo un sistema X, Y, Z con l'origine in detto punto e parallelo al primo. L'ellissoide di Fresnel relativo a questo punto sarà:

$$a_{11} X^2 + 2 a_{12} XY + a_{22} Y^2 + 2 a_{13} XZ + 2 a_{23} YZ + a_{33} Z^2 = 1.$$

I coefficienti per la teoria del Pontremoli si possono esprimere me-diante le componenti u, v, w lungo x, y, z delle velocità del liquido al punto considerato, della velocità della luce w_0 nel mezzo non deformato, del tempo di rilassamento T e di una costante elastico ottica p

$$\begin{aligned} a_{11} w_0^2 + p T \frac{\partial u}{\partial x} \quad a_{22} = w_0^2 + p T \frac{\partial u}{\partial y} \quad a_{33} = w_0^2 + p T \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_{12} = \frac{1}{2} p T \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad a_{13} = \frac{1}{2} p T \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad a_{23} = \frac{1}{2} p T \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{aligned}$$

Nel nostro caso è ⁽¹⁾ $v = w = 0$ e u una funzione di y, z che deve,

annullarsi al contorno del campo e soddisfare all'equazione $\Delta u = \frac{-g + \frac{\partial p}{\partial x}}{n}$.

Data la simmetria rispetto a z dell'equazione e dei valori al contorno che determinano la u , ne risulta u simmetrica rispetto all'asse z e perciò $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ su questo asse.

(1) BRILLOUIN, *Leçons sur les liquides visqueux*, p. 74.

Tuttociò finchè si supponga valido il regime di Poiseuille. Risulta dunque per l'equazione dell'ellissoide di Fresnel

$$w_0^2 X^2 + w_0^2 Y^2 + w_0^2 Z^2 + pT \frac{\partial u}{\partial y} XY + pT \frac{\partial u}{\partial z} XZ = 1$$

che sezionato col piano $Z = 0$ dà un'ellisse con gli assi coincidenti con gli assi ottici cercati a 45° dall'asse del tubo, la quale ellisse si riduce a un cerchio per $y = 0$.

Ciò posto si torna alla separazione dei due tipi di birifrangenza. Facevo in modo che un raggio polarizzato parallelamente all'asse x entrasse nel mezzo. Questo raggio per effetto della birifrangenza del secondo tipo si decompondeva in due polarizzati a 45° dall'asse del tubo che uscirebbero dal mezzo spostati di φ . Ma per effetto della diffrazione delle particelle orientate, a cui è dovuta la birifrangenza del 1° tipo, tutto avviene come se le componenti dei due raggi polarizzate lungo x subissero un anticipo di fase ψ e un dicroismo α rispetto a quelle polarizzate normalmente cioè lungo l'asse y . In ultima analisi avremo quattro componenti, due polarizzate lungo X : x_1 e x_2 e due lungo y : y_1, y_2

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha a_1 \sin(nt + \varphi + \psi) & x_2 &= \alpha a_1 \sin(nt + \psi) \\ y_1 &= a_1 \sin(nt + \varphi) & y_2 &= -a_2 \sin nt. \end{aligned}$$

Componendo le due coppie di vibrazioni e spostando convenientemente l'origine dei tempi, si ha:

$$a = A_1 \sin(nt + \psi \pm 90^\circ) \quad y = A_2 \sin nt$$

dove

$$A_1^2 = 2 \alpha^2 a_1^2 (1 + \cos \varphi) \quad A_2^2 = 2 a_1^2 (1 - \cos \varphi)$$

il segno $+$ nell'espressione di x si mette se $\varphi < 0$ per $|\varphi| < 90$. Ora l'esperienza mi dava il valore di ψ e $\frac{A_1}{A_2}$ che non mi bastavano per conoscere α e φ . Allora posi il polarizzatore in modo che la vibrazione entrasse polarizzata lungo y e quindi per le ampiezze delle componenti all'uscita dal mezzo polarizzate lungo x e y ho avuto:

$$A_3^2 = 2 \alpha^2 a_2^2 (1 - \cos \varphi) \quad A_4^2 = 2 \alpha^2 a_2^2 (1 + \cos \varphi)$$

da cui noto $\frac{A_3}{A_4}$ e $\frac{A_1}{A_2}$ si determinavano α e φ . Per $\varphi = 2K\pi$ è $A_2 = A_3 = 0$ il che dà ragione della frangia centrale osservata con la sezione principale

del polarizzatore parallela all'asse del tubo. Teoricamente il valore di φ lo determinai in questo modo: calcolai le inverse delle lunghezze dei semiassi dell'ellisse sezione dell'ellissoide di Fresnel w_1 e w_2 le quali sono le velocità di propagazione dei due raggi e, ripetendo calcoli analoghi a quelli del Pontremoli, mi fu possibile determinare il valore di φ in funzione di $\frac{\partial u}{\partial y}$. Per

la determinazione di $\frac{\partial u}{\partial y}$ occorreva risolvere il problema della distribuzione delle velocità nel tubo rettangolare da me adoperato, problema di grande difficoltà analitica. Questo problema l'ho risolto in prima approssimazione, sostituendo idealmente al tubo rettangolare uno ellittico di semiassi a, b , uguali a metà dei lati del rettangolo. In questo modo ho ottenuto per u il valore:

$$(1) \quad \frac{1}{\pi ab} \left(\frac{1-y^2}{a^2} - \frac{\lambda^2}{b^2} \right)$$

dove i è la portata e per ciò:

$$\varphi = -2\pi p \frac{T}{\lambda} \frac{n^3}{c^2} \frac{y}{a^2} \frac{1}{\pi ab} s$$

dove n è l'indice di rifrazione del mezzo non deformato, c la velocità della luce nel vuoto, s lo spessore attraversato dalla luce, a, b, p, T, λ hanno i noti significati. Sostituendo nell'espressione (1), in luogo di φ il valore dato dall'esperienza, ottenni per il rapporto $\frac{pT}{\lambda}$ il valore $1.4 \cdot 10^{19}$, che è molto

vicino a quello trovato dal Pontremoli per altra via. La birifrangenza del secondo tipo risultò, come quella del primo, positiva. Voglio da ultimo notare che con l'ipotesi dei due tipi di birifrangenza, si può forse spiegare il fenomeno della croce nera di Kundt presentata da alcuni liquidi in moto fra due cilindri circolari concentrici per cui gli assi ottici non sono a 45° dal raggio vettore come vorrebbero le teorie basate sull'ipotesi di Maxwell.

In questi liquidi si avrebbe una sovrapposizione dei due tipi di birifrangenza; per la prima gli assi ottici coinciderebbero con il raggio vettore e la sua normale, per la seconda sarebbero a 45° : quindi s'intuisce che dovranno trovarsi in una posizione intermedia, come prova l'esperienza. Pure in base alle dette ipotesi si può forse spiegare l'inversione del segno della birifrangenza accidentale della gelatina.

Mi è gradito ringraziare vivamente il prof. Majorana sotto la cui guida questo lavoro fu eseguito.

Biologia. — *La partenogenesi nei bachi da seta come esponente delle capacità fisiologiche individuali e di razza.* Nota del dott. C. JUCCI, presentata dal Corrisp. A. Russo.

Le uova dei bachi da seta (*Bombyx mori*) hanno una tendenza spiccatissima alla partenogenesi. Veramente sul problema della partenogenesi nei bachi da seta si va discutendo da quasi un secolo e sono state, specialmente per il passato, fierissime le dispute tra sostenitori e negatori del fenomeno. Molti, specialmente dei vecchi autori, affermano d'aver ottenuto da uova sicuramente vergini numerosi bacolini perfetti, capaci di raggiungere lo stato adulto. Ricerche più vaste e recenti, come quelle del Verson, Lambert, Quajat, condotte su milioni di uova, esclusero invece, nonchè la nascita di bacolini normali, puranche l'esistenza di fenomeni partenogenetici avanzati.

Il problema della partenogenesi nei bachi da seta è oggi di nuovo all'attualità; e di nuovo i risultati ottenuti dai vari autori, Jucci a Portici, Teodoro a Padova, Grandori a Milano, sembrano in tutto contrasto tra loro e non conciliabili.

Eppure il contrasto è solamente apparente. Non c'è bisogno di ricorrere alla supposizione di errori di osservazione e di deficienti precauzioni usate negli esperimenti⁽¹⁾; la varietà dei risultati ottenuti dai vari autori dipende dal materiale diverso da loro usato per le osservazioni e per gli esperimenti.

(1) A questa supposizione ricorre il Grandori per spiegarsi come mai altri AA. possano aver ottenuti numerosi bacolini partenogenetici, mentre egli non ha mai incontrato, nelle uova studiate, una stria germinativa o un abbozzo di essa. Purtroppo il Grandori non ha pensato — o non ha creduto utile — a indicare di che razza siano le uova che ha sezionate e delle quali ha descritto con tanta cura la minuta struttura interna. Io, per mio conto, data la meschinità dei fenomeni di sviluppo partenogenetico verificatisi in queste uova, ritengo che si tratti di razza Gialla indigena. Il Grandori evidentemente non annette importanza alcuna alle possibili differenze di razza nella tendenza alla partenogenesi; e conclude: «Comunque, di fronte ai milioni di uova che disseccano e muoiono, di fronte all'eccezionalità dei sopravvissuti e alle mostruosità di segmentazione che anche in questi si verificano, non si può oggi concedere molta serietà di fondamento all'asserzione che la partenogenesi è un fatto normale nel filugello, almeno fino a quando vaste esperienze e larghissimo materiale di documentazione embriologica non sopravvengano a dirimere ogni dubbio con l'autorità di ampia dimostrazione scientifica».

In un lavoro: *Su la partenogenesi naturale nei bachi da seta*, in corso di stampa nella « Rivista di Biologia », incomincio a fornire le ampie prove richieste, presentando materiale di documentazione ed esponendo tutte le precauzioni da me prese e che rendono assolutamente impossibile conservare dei sospetti sulla reale origine partenogenetica delle parecchie centinaia di embrioni maturi da me ottenuti dalla prima generazione di razza bivoltina giapponese *Awojiku*.

Gli è che la tendenza alla partenogenesi — la capacità dell'uovo di iniziare, e di condurre fino ad un certo punto più o meno avanzato, la sua evoluzione embrionale, senza precedente fecondazione — se è comune a tutte le uova dei bachi da seta, però è posseduta da esse nei gradi più diversi a seconda della razza e della costituzione individuale ⁽¹⁾.

Ed è proprio per questo che il carattere della partenogenesi non ha soltanto un interesse teorico, non costituisce semplicemente una curiosità scientifica, ma ha benanche molta importanza pratica, essendo indice sensibile della costituzione metabolica individuale e di razza.

Nelle comuni razze Gialle indigene la tendenza alla partenogenesi è lieve e merita veramente il nome che gli dette Lécaillon di partenogenesi rudimentale. Le ricerche istologiche di Lécaillon, e le più recenti di Teodoro e Grandori, dimostrano che in quasi tutte le uova — anche in quelle che, serbando il colore giallo che avevano all'epoca della deposizione, non rivelano all'esterno alcun fenomeno di sviluppo — hanno luogo i primi movimenti embrionali. Nella maggior parte delle uova però si arrestano presto e abortiscono; e solo in poche proseguono fino ad un grado più o meno avanzato.

In queste l'avvenuto sviluppo embrionale è rilevabile all'esterno dall'insorgere di una pigmentazione caratteristica, data dall'accumulo di granuli di pigmento nelle cellule dei blastomeri portatisi alla periferia dell'uovo (ove costituiscono una sierosa; o, meglio, una falsa sierosa, giacché il più delle volte avviene la formazione di questo strato cellulare periferico e la pigmentazione dei suoi elementi, senza che si costituisca una vera stria embrionale, ma solo accumuli cellulari irregolari).

Quasi tutte le uova, anche quelle che si sono annerite completamente e regolarmente — tutte simili ad uova regolarmente fecondate, arrestate in diapausa invernale — avvizziscono e disseccano nei mesi che seguono dell'ibernazione.

Solo qualche rarissimo uovo prosegue, nella primavera successiva, il suo sviluppo, e riesce a dare un embrione maturo. Ne ho osservati sei su circa 50 mila uova di razza Bagdad, asiatica, il Teodoro; e ne ho visti parecchi io tra uova di razza Gialla indigena e più di razze orientali, giapponesi e cinesi.

Secondo le mie ricerche, queste razze orientali, anche se univoltine, mostrano sempre una tendenza alla partenogenesi spiccatamente maggiore di quella delle razze indigene.

(1) C. JUCCI, *Bivoltinismo e partenogenesi nei bachi da seta (Bombyx Mori)*. «Rend. R. Acc. Lincei», vol. 33, 5^a ser., 2^o sem., fasc. IX, pp. 345-8, sed. 2 novembre (pres. 15 ottobre) 1924.

— *Vario grado di tendenza alla partenogenesi delle varie razze di bachi da seta (Bombyx Mori) e probabile correlazione col vario grado di tendenza al bivoltinismo*. (Rend. R. Acc. Lincei», vol. 33, 5^a ser., 2^o sem., fasc. X, pp. 435-7, sed. 16 novembre (pres. 15 ottobre) 1924.

La percentuale di uova che con cangiamento di colore più o meno accentuato dimostrano un principio più o meno avanzato di sviluppo, è molto maggiore che non per la razza Gialla indigena; ed è anche maggiore il numero di uova pervenute ad una pigmentazione completa come quella delle uova normali in diapausa.

Ma una tendenza enormemente maggiore allo sviluppo partenogenetico dimostrano le razze bivoltine, per esempio le giapponesi. In queste razze, le uova, deposte in giugno dalle femmine della prima generazione e normalmente fecondate, compiono ininterrottamente il loro sviluppo embrionale (senza annerire per pigmenti nella sierosa e senza entrare in diapausa) e schiudono pochi giorni, una diecina appena, dopo la fecondazione. Orbene le uova vergini di questa razza mantengono, nel loro sviluppo partenogenetico, questa caratteristica fisiologica di sviluppo ininterrotto (*sinechepidosi* συνηχί= ininterrotto *ἐπιδωσις* = sviluppo) e danno spesso, due a tre settimane dopo la loro deposizione, embrioni maturi e perfetti⁽¹⁾. Per esempio in un lotto di 111 femmine bivoltine, razza Awojiku, tutte sfarfallate in uno stesso giorno, il 20 giugno 1924, io ho trovato su un totale di 43.500 uova, 647 bacolini maturi. Dunque in più dell'1 % (1,5 %) delle uova lo sviluppo partenogenetico arriva fino alla maturità dell'embrione.

Il numero di embrioni che iniziano il loro sviluppo e lo tirano avanti più o meno a lungo oltre lo stadio di stria germinativa, è senza dubbio assai più cospicuo. Ecco il risultato degli esami cui furono sottoposte le 111 ovature vergini del 20 giugno; il primo esame 10-12 giorni dopo la deposizione, il secondo una ventina di giorni più tardi:

	ll	l	r	rr	ap	ac	cn
I esame 2/7	251	212	57	12	70	144	28
II esame 23/7	0	81	555	31	283	183	647

ll = lievissimamente rosate. l = lievemente rosate. r = rosate. rr = vivacemente arrossate. ap = parzialmente annerite. ac = completamente annerite. cn = a contenuto nero per embrione maturo.

Il fatto che l'uovo resti giallo senza presentare pigmentazione alcuna nella sierosa, non esclude che nell'uovo avvengano fenomeni anche avanzati di sviluppo; che anzi è questo il caso normale nelle uova di razze bivoltine, anche regolarmente fecondate. Tuttavia, anche tenendo conto delle sole uova rosate (in alcune delle quali sono stati trovati embrioni avanzati, allo stato di stria germinativa già segmentata e con abbozzo di arti); su 43.500 uova, oltre i 647 embrioni maturi, altre 667 presentano fenomeni

(1) C. JUCCI, *Sui fenomeni di sviluppo partenogenetico nelle uova di Bombyx Mori di razza bivoltina (Awojiku) di prima e di seconda generazione*. « Ann. R. Ist. Sup. Agr. Portici », vol. XX, pp. 1-5 e 1 tav., febbraio 1925.

evidenti di sviluppo, con scarsa pigmentazione nella membrana sierosa, sorpassando più o meno lo stadio di stria germinativa; circa l'1,5 %.

Confrontando i risultati del primo e del secondo esame, si osserva che tutte le uova lievissimamente rosate al primo esame e quasi tutte le lievemente rosate sembrano essere divenute nettamente rosate. Veramente il numero delle uova *r* al secondo esame supera di parecchio la somma delle *ll* e *l* al primo; si che bisogna supporre che molte altre lievemente rosate sieno comparse in data posteriore al primo esame, passando poi al colore rosso o restando lievemente rosate (come le 81 *l* del secondo esame).

Anche il numero delle uova vivacemente arrossate (*rr*) è notevolmente accresciuto. C'è stata dunque una progressione di sviluppo di pigmento nella sierosa di uova che già al primo esame presentavano una più o meno lieve colorazione; e comparsa tardiva di pigmento in altre uova che al primo esame si presentavano ancora del tutto gialle, pur avendo, con tutta probabilità, già iniziato lo sviluppo.

Quanto ai 647 embrioni maturi, essi senza dubbio per la maggior parte derivano da uova che al primo esame si presentavano del tutto gialle e che hanno compiuto lo sviluppo senza colorazione alcuna della sierosa, come del resto è regola nelle uova fecondate di razza bivoltina. Ma probabilmente molti di questi embrioni (*cn*) derivano da uova che già al primo esame si mostravano più o meno lievemente rosate. E del resto anche delle uova, di razza bivoltina, normalmente fecondate, una buona percentuale suole arrossare, per sviluppo di un po' di pigmento nella sierosa, e tuttavia non arrestarsi in diapausa, ma proseguire lo sviluppo fino alla schiusura.

Questa comparsa di una lieve pigmentazione può interpretarsi come un grado di passaggio tra la condizione bivoltina (*sinechepidosi*) e la univoltina (diapausepidosi delle uova che perdono il bivoltinismo).

Sicchè l'arrossamento delle uova partenogenetiche di razza bivoltina dovrebbe assumersi più che ad indice del grado di sviluppo, ad indice delle difficoltà che incontra l'uovo a proseguire nel suo sviluppo (indice delle stesse difficoltà nell'uovo partenogenetico di razza annuale è la precoce pigmentazione dei blastomeri che danno una falsa sierosa).

Le uova rosate delle ovature vergini di razza bivoltina certamente non sono le uova che più hanno tendenza allo sviluppo partenogenetico. Molte uova gialle hanno una tendenza ben più grande. Solo che, quando l'uovo è giallo, noi non sappiamo se in esso si sviluppi vivacemente l'embrione o se manchino del tutto, o quasi, processi di evoluzione; mentre quando l'uovo è rosato possiamo essere sicuri che qualche fenomeno di sviluppo, sia pure non molto avanzato, sta avvenendo nell'uovo.

Io non ho visto bacolini uscire dall'uovo, ma tutti alla vigilia della schiusura morire senza riuscire a rompere il guscio, evidentemente per estrema debolezza. Ma non posso neanche e non voglio escludere che possa

verificarsi realmente, come attestano i più antichi osservatori, la nascita di numerosi bicolini partenogenetici.

Anzi, è ammettendo questa possibilità che io spiego le famose esperienze dello Spallanzani sulla fecondazione artificiale nei bachi da seta ⁽¹⁾. Il celebre naturalista, bagnando le uova, appena deposte da ♀ vergini, con liquido spermatico, afferma di averne ottenuti numerosi bicolini, e interpreta questo risultato come una fecondazione artificiale: gli spermatozoi sarebbero entrati nelle uova per il micropilo, come avviene nelle vie genitali femminili, e le avrebbero fecondate.

Ma, leggendo attentamente il resoconto delle esperienze dello Spallanzani, si nota che dei suoi tentativi di fecondazione artificiale ebbero esito negativo quelli condotti su uova di razza Gialla indigena univoltina, mentre ebbe esito positivo quello su uova di razza trivoltina, introdotta in Toscana dalla Lombardia. Secondo ogni probabilità, i bicolini venuti fuori da queste uova rappresentano il risultato non di una fecondazione artificiale, ma di una partenogenesi naturale: la tendenza alla quale, se è già molto accentuata nelle razze bivoltine, lo sarà ancora più nelle trivoltine (e più ancora nelle polivoltine, che fanno un numero maggiore di generazioni all'anno).

I miei studi hanno messo in piena evidenza una strettissima correlazione tra capacità di voltinismo e capacità di partenogenesi, cioè tra tendenza delle uova fecondate allo sviluppo rapido e ininterrotto fino alla schiusa, pochi giorni dopo la deposizione (*sinechepidosi*) e la tendenza dell'uovo vergine allo sviluppo più o meno avanzato (*partenogenesi*). Quella anzi che corre tra voltinismo e partenogenesi è qualche cosa di più che una correlazione: giacchè voltinismo e partenogenesi sono due aspetti di una stessa fisionomia fisiologica, due indici di uno stesso fenomeno, la capacità di sviluppo dell'uovo ⁽²⁾.

La intimità della correlazione che corre tra capacità di voltinismo e capacità di partenogenesi, risulta in modo non meno chiaro dallo studio della variabilità individuale, in seno ad una razza, di queste due manifestazioni della capacità di sviluppo dell'uovo.

È ben noto quale stretta correlazione interceda tra precocità di sviluppo della farfalla (indice delle sue capacità evolutive larvali e imaginali) e la tendenza al bivoltinismo delle uova che la farfalla depone.

La tendenza al bivoltinismo è comune in vario grado e misura a tutti i bachi da seta. Ora, i bivoltini accidentali — cioè bicolini che nascono da uova di razza bivoltina che, invece di entrare in diapausa invernale, si svi-

(1) C. JUCCI, *Fecondazione artificiale e partenogenesi nei bachi da seta*. « Informazioni seriche Minist. Ec. Naz. », Roma, luglio 1925.

(2) C. JUCCI, *Le capacità di sviluppo dell'uovo, vergine o fecondato di Bombyx Mori: sinechepidosi e partenogenesi*. « Boll. Lab. Zool. », Roma 1925.

luppano ininterrottamente e rapidamente — derivano sempre dalle farfalle più precoci, prime a sbocciare dal bozzolo. D'altra parte, in razze bivoltine, di un dato lotto le farfalle che perdono il bivoltinismo — che cioè depongono uova che si anneriscono ed arrestano in diapausa — sono quelle dell'ultime giornate di sfarfallamento, cioè le più tardive⁽¹⁾. Sulla base del concetto dell'intima correlazione tra voltinismo e partenogenesi, io prevedi teoricamente l'esistenza di una intima correlazione, anche tra la precocità di sviluppo della farfalla genitrice e la tendenza alla partenogenesi delle uova che essa depone. In una recente Nota alla Società dei Naturalisti di Napoli⁽²⁾ Darwin Wen ha dimostrato questa previsione per la razza Giallo indigena, mostrando, nelle successive giornate di sfarfallamento, un decrescere graduale dell'indice di partenogenesi, (o numero medio delle uova per ogni ovatura, che coll'annerimento più o meno avanzato rivelano l'evento di più o meno progrediti fenomeni partenogenetici).

Biologia. — *Sulla biologia dei Petromizonti. - III. Il fenomeno dell'accorciamento nella maturità sessuale del « Petromyzon marinus ».* Nota⁽³⁾ di GIULIO COTRONEI, presentata dal Socio B. LONGO.

Con la presente nota intendo portare un nuovo contributo allo studio biologico dei Petromizonti, gruppo interessantissimo di animali, che ha formato oggetto di altri miei lavori, ove si trovano riferiti tanto risultati morfologici, che ecologici.

Sul *Petromyzon marinus*, però, finora nulla ancora io avevo pubblicato, anzi in un mio lavoro sul pancreas, rammaricavo di non aver potuto avvalermi di questo materiale per completare, in tutte le forme, le mie ricerche. Più recentemente sono stato più fortunato, avendo avuto a varie riprese esemplari di *Petromyzon marinus*, pescati alcuni alla foce del Tevere, altri nel fiume più su (Roma), durante il viaggio di montata.

(1) C. JUCCI, *Su l'eredità del tipo metabolico nei bachi da seta. I. Il bivoltinismo.* «Boll. Lab. Zool. gen. e agr. Portici», vol. XVII, pp. 187-318 (e «Annali R. Sc. Sup. Agr. Portici», pp. 1-134) 1924.

(2) WEN DARWIN, *Precocità di sviluppo e tendenza alla partenogenesi nei bachi da seta di razza gialla indigena.* «Boll. Soc. Natur.», Napoli, settembre 1925.

(3) La parte sperimentale del presente lavoro è stata compiuta nell'Istituto di Anatomia comparata della R. Università di Roma, grazie all'ospitalità continuata a concedermi dal compianto mio Maestro Battista Grassi: la parte istologica nel mio Istituto di Zoologia della R. Università di Siena. Debbo una viva parola di ringraziamento alle signorine Dott.sse Volterra e Garofolini, che durante le mie assenze hanno continuato a sorvegliare le mie esperienze tanto sul *Petromyzon fluviatilis* che sul *Petromyzon marinus*.

Le ricerche biologiche compiute mi danno una conferma dei risultati ottenuti sul *Petromyzon fluviatilis* ⁽¹⁾. Come su questa forma io avevo potuto compiere una lunga serie di esperienze, così mi è stato possibile, sulla scorta di queste, di impiantare sul *Petromyzon marinus*, delle esperienze che mi hanno permesso di giungere ad un risultato conclusivo.

Durante il 1925 i primi esemplari di *Petromyzon marinus* pescati li ebbi nel marzo: il 6 marzo ebbi il primo individuo, un maschio lungo cm. 73; la distanza tra le due pinne dorsali era di cm. 3.8. Quest'esemplare fu pescato a Fiumicino, alla foce del Tevere. L'ultimo avuto fu pescato nel Tevere a Roma (località detta Acqua acetosa) il 6 giugno; era anch'esso un maschio lungo cm. 65.7; la distanza tra le pinne dorsali era di cm. 1.5. Tutti gli individui che ho esaminati furono trovati col tubo digerente vuoto.

Con gli esemplari pescati e portati vivi in laboratorio io avevo diviso di sperimentare per vedere se era possibile, tenendoli forzatamente a digiuno nelle vasche dell'Istituto (si capisce di acqua dolce), di farli andare in maturità sessuale, e se potevo quindi verificare sperimentalmente i processi di atrofia già da me osservati nel *Petromyzon fluviatilis* ⁽²⁾; processi che hanno una imponente manifestazione esteriore nel fenomeno dell'accorciamento, come ho descritto precedentemente.

Dico subito che questa verifica è riuscita perfettamente, e se per il momento io non posso dare che i risultati obbiettivi di una verifica diretta ottenuta soltanto in un caso, e solo nel maschio, è logico pensare che anche nella femmina debbano svolgersi quei medesimi fatti che ho ottenuto nella femmina del *Petromyzon fluviatilis*.

L'esemplare, cui mi riferisco, di *Petromyzon marinus*, fu pescato nel Tevere, a Isola Tiberina, il 24 aprile 1925: non era tra quelli di maggiori dimensioni, poichè misurava cm. 57: non presentava i caratteri dell'abito di nozze; la distanza tra le due pinne dorsali era di cm. 2.7. Questo esemplare, messo a digiuno in una vasca dell'istituto è vissuto fino al 25 luglio: in tal giorno è stato trovato morto, evidentemente da poco tempo, come è stato convalidato dall'analisi istologica, che ha messo in evidenza l'ottimo stato di conservazione dei tessuti. Premendo l'addome si versava del liquido spermatico e si notava ben evidente la papilla genitale: risaltava un notevolissimo accorciamento dell'animale che misurava cm. 47.5: vi è stato quindi un accorciamento totale di cm. 9.5. Anche la distanza tra le due pinne dorsali è molto diminuita, da cm. 2.7 a cm. 1. Non si è dunque verificata la completa unione delle pinne dorsali così come si ha negli altri Petro-

(1) Cito solo le mie due ultime note pubblicate in questo stesso periodico: COTRONEI GIULIO, in « Rendiconti R. Acc. dei Lincei », vol. XXXIII, 1° sem., fasc. 12 e vol. XXXIII, 2° sem., fasc. 7-8, 1924.

(2) Sui Petromizonti hanno pubblicato in questi ultimi mesi il Keibel e il Weisberg: nessuno di essi mostra, però, di conoscere le mie ricerche.

mizonti⁽¹⁾; ma il forte avvicinamento delle due pinne ci dice che era in atto lo svolgimento d'un medesimo processo.

Alla dissezione anatomica risalta l'enorme riduzione del diametro dell'intestino e spicca il colore verde malachite del fegato, colore che ho pure riscontrato in molti casi nel fegato di *Petromyzon fluviatilis*, morti in abito di nozze. All'osservazione macroscopica risalta un altro fatto molto interessante: i denti cornei sono in muta; la morte ha colpito l'animale quando non tutti i denti cornei erano stati sostituiti: alcuni stanno lì lì per esserlo; un processo identico si verifica nella maturità sessuale del *Petromyzon fluviatilis*. Forse, il fatto di trovare, nel caso ora in esame, il processo ancora in svolgimento sta a confermarci che l'abito di nozze non aveva raggiunto il suo grado più spiccato, e può farci pensare che anche le due pinne dorsali potrebbero raggiungere un maggiore avvicinamento.

L'esame istologico (pezzi d'intestino, di fegato, di testicoli fissati in liquido di Zenker) ha dato, in riassunto, i seguenti risultati: nei testicoli si osserva l'enorme produzione di spermatozoi (che invece mancano ancora nell'esemplare di *Petromyzon marinus*, esaminato per confronto, e fissato quando non era in abito di nozze): l'intestino si è presentato coi medesimi caratteri di enorme atrofia da me veduti nel *Petromyzon fluviatilis* e nel *Petromyzon planeri*, e le osservazioni concordano con quanto ha descritto in quest'ultima forma il Tagliani: l'epitelio è straordinariamente ridotto e i nuclei presentano la cromatina presso che scomparsa: il lume intestinale enormemente impicciolito e in gran parte occupato dalla valvola spirale: nel tessuto sottomucoso spiccano sparse qua e là zolle di pigmento ematico che attestano la grande distruzione di globuli rossi che si ha nella fase ora studiata. Estese zolle di pigmento ematico ho pure osservato nel fegato dell'esemplare in esame di *Petromyzon marinus*.

Queste osservazioni, brevemente esposte (che con le altre già pubblicate e con quelle già compiute e ancora inedite saranno presto coordinate in un lavoro più completo e corredato dalle relative figure), dimostrano una perfetta concordanza della biologia del *Petromyzon marinus* con quella del *Petromyzon fluviatilis*; entrambe queste forme in un periodo della loro vita, del quale purtroppo a me mancano osservazioni dirette, intese a precisare quando detto periodo s'inizi, vivono in mare, e all'avvicinarsi del periodo di maturità sessuale, risalgono i fiumi, e allora, poichè esse cessano di nutrirsi, le sostanze necessarie alla maturazione degli organi sessuali (e si tratta di un fenomeno d'intensità imponente), vengono sottratte agli altri organi: gli animali vanno quindi incontro a una profonda atrofia, che al termine della maturità, culmina nella morte: espressione assai evidente di questa

(1) Come io stesso ho ottenuto nei molti esemplari di *Petromyzon fluviatilis* in abito di nozze e come è stato recentemente descritto dal Weissenberg.

atrofia è il processo di accorciamento che si verifica appunto nel periodo di maturità sessuale.

Le modificazioni morfologiche della maturità sessuale sono, almeno nelle manifestazioni più importanti, identiche anche nel *Petromyzon planeri*; ma quest'ultima forma, così come ho tenuto a far risaltare in altri miei lavori, vive tutta la sua vita nei ruscelli e non si nutre più, dopo la metamorfosi, perchè subentra subito la fase di maturità sessuale. Per quali ragioni ciò avvenga non si sa, ma è certo che il succedersi immediato di queste due fasi induce subito il processo di atrofia e quindi la morte, quando l'animale ha raggiunto dimensioni tali che vengono assai superate nel *Petromyzon fluviatilis*, e ancora più nel *Petromyzon marinus*. In ultima analisi dunque possiamo ritenere che tanto nel *Petromyzon fluviatilis*, quanto nel *Petromyzon marinus*, il fatto che essi possano raggiungere dimensioni maggiori va messo in rapporto con la minore precocità sessuale. Si può anche pensare che sia il digiuno che subentra prima e che induca nel *Petromyzon planeri* la maggiore precocità sessuale; ma con questo non intendiamo certo di aver indagato le ragioni intime dei fenomeni.

In conclusione, con la presente nota abbiamo dimostrato che anche nel *Petromyzon marinus* i processi della maturità sessuale si svolgono come nel *Petromyzon fluviatilis*, e che si verifica ugualmente il processo di accorciamento.

Biologia marina. — *Di un caso di rigenerazione funzionale in « Cyprinodon calaritanus C. V. ».* Nota di G. FADDA, presentata dal Corrisp. RAFFAELE.

Nel mio precedente lavoro sulla rigenerazione delle pinne di *Cyprinodon calaritanus C. V.* (Memoria 119 del R. Comitato talassografico Italiano), mi sono riservato di parlare espressamente di un caso di rigenerazione che merita speciale considerazione.

Si tratta di un *Cyprinodon* a cui, per quanto si può giudicare fu amputata malamente la pinna codale fin dalla base ed è avvenuto allora questo curioso fatto.

La pinna codale non si è affatto rigenerata, ma in compenso si sono avute produzioni speciali che nel loro insieme possono rappresentare una pinna codale, non già nella sua struttura morfologica, poichè con questa non ha nulla da vedere, ma semplicemente nella sua funzione come organo propulsore.

Ecco perchè io riterrei questo fatto, non come un caso di rigenerazione morfologica, ma vorrei designarlo col nome di rigenerazione funzionale.

La figura annessa dimostra meglio che non possano farlo le parole, di che si tratta.

Dal contorno del tronco caudale dell'animale si vedono sporgere dei processi che sono di natura cartilaginea ed hanno forma di lamelle appiattite. Questi processi sul dorso sono cinque di cui il primo piccolissimo e gli altri notevolmente più lunghi. Nella regione ventrale invece sono sette di cui il primo pure piccolissimo, il secondo piccolo e gracile, il terzo ed



Fig. 1.

il quarto assai lunghi ma gracili, il quinto, il sesto ed il settimo sono lunghi larghi ed anch'essi appiattiti a forma di lamelle.

Si nota anche questo fatto curioso, che il quarto ed il quinto dei processi dorsali ed il sesto ed il settimo ventrali (ed anche il quinto ma in grado assai minore), sono per un certo tratto accompagnati da una membranella tenuissima. Ma più che tutto è notevole il processo terminale; anch'esso è di natura cartilaginea ed ha la forma di un largo ventaglio che si inserisce all'apice del troncone caudale e si dilata bruscamente verso l'estremità libera.

Non v'è dubbio che siamo qui di fronte ad una formazione nuova, la quale con la struttura della pinna caudale non ha niente da vedere, ma che però nel suo complesso si capisce come possa sostituirla nella sua funzione.

La forma piatta dei processi dorsali e ventrali, le membranelle che li accompagnano in parte, la dilatazione in senso verticale del processo termi-

nale a forma di ventaglio concorrono nel loro insieme a formare una specie di lamina, che coi movimenti del troncone della coda può servire benissimo come organo di propulsione a somiglianza di quanto fa la pinna codale. E di fatti in tal modo se ne servì il pesciolino, che visse per due mesi circa dopo l'operazione.

Resterebbe ora a spiegarsi come mai questo abbia potuto avvenire, perchè non v'è dubbio che si tratta di un fenomeno più unico che raro, giacchè non mi risulta che finora sia stato registrato un caso simile di vera rigenerazione funzionale.

L'aspetto e la struttura dei processi ventrali e dorsali sono schiettamente cartilaginei ed i processi medesimi si vedono sporgere direttamente dai margini dorsale e ventrale del corpo. L'impressione che se ne riceve si è che tali processi non siano altro che i medesimi processi dorsali e ventrali delle vertebre, prolungati oltre misura fuori della massa del corpo e rimasti così nudi.

Quanto alle membranelle che in parte li accompagnano, pare che siano derivate dalla cute. Certo è che anch'esse contribuirono alla funzione del moto rappresentando per così dire in parte la membrana che collega i raggi delle pinne vere.

La spiegazione di questi processi potrebbe trovarsi, come è probabile che sia avvenuto, nel prolungarsi oltre misura dei normali processi dorsali e ventrali delle vertebre, forse perchè il taglio della pinna codale, essendosi effettuato irregolarmente, ha lacerato in parte i tessuti cutanei della cresta dorsale e ventrale ed attraverso a queste lacerazioni hanno potuto forse sporgere i processi vertebrali, i quali non trovando più ostacolo meccanico nei tegumenti, che mancavano, hanno potuto liberamente crescere fuori misura.

Tutto ciò si potrebbe vedere meglio qualora si procedesse alla dissezione dell'animale o meglio ancora a sezioni microtomiche del medesimo; ma, poichè non si è potuto avere finora che un solo caso, non ho trovato conveniente di guastare l'esemplare desiderando di conservarlo intatto.

Ho fatto numerosi tentativi per arrivare a riottenere lo stesso fenomeno ed ho perciò operato circa 500 individui amputando loro la pinna codale davanti alla sua base, ma non mi fu possibile finora di vedere riprodursi il fenomeno. Gli esemplari operati in massima parte morivano; gli altri rigenerarono la pinna codale nel solito modo normale.

Continuerò i miei esperimenti avendo cura di lacerare un po' il tegumento lungo i margini dorsale e ventrale, in modo da mettere un po' allo scoperto gli apici dei processi vertebrali.

Ad ogni modo il fenomeno più curioso consiste nella dilatazione del processo apicale, il quale non può corrispondere unicamente al prolungamento di nessun processo dorsale o ventrale. Non resta quindi altro modo di spiegare la cosa se non supponendo che esso provenga dalla fusione dei processi dorsali con i processi ventrali delle ultime vertebre apicali. Ci

ripugna però questa spiegazione perchè nel processo a ventaglio non è possibile assolutamente vedere la minima traccia di tale eventuale fusione. Infatti esso si presenta schiettamente omogeneo.

Si potrebbe fors'anche supporre che i centri condrogeni dorsali e ventrali dell'ultima vertebra si siano trovati confluenti in seguito all'operazione ed abbiano così dato origine ad una formazione unica.

Se ciò non fosse bisognerebbe concludere che si tratti di una formazione speciale la cui origine sfugge ad una interpretazione morfologica sicura.

Ad ogni modo, qualunque sia la spiegazione che se ne possa dare il fenomeno certamente meraviglioso e che potrebbe dare adito per parte, dei Lamarchisti ad illazioni apparentemente legittime è che l'organismo messo in condizioni di non poter rigenerare la parte mancante, vi supplisce con la formazione di un organo nella sua origine e struttura affatto differente, ma che nel suo insieme può funzionare fisiologicamente quasi come quello asportato.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RONCHI V., « L'interferometro oculare e l'interferometro obiettivo nella risoluzione delle stelle doppie ». Pres. dal Socio GARBASSO.

PERSONALE ACCADEMICO

Dopo lettura ed approvazione del verbale della precedente seduta, il Presidente VOLTERRA dà il triste annunzio di alcune dolorose perdite da cui è stata colpita l'Accademia. Ricorda la morte del Socio Corrispondente prof. ALBERTO PERATONER, avvenuta in tragiche circostanze, e accenna alle elevate qualità morali e al valore scientifico dell'estinto.

Riferisce inoltre la notizia della improvvisa scomparsa del prof. ANTONIO ANTONIAZZI, illustre direttore della R. Specola di Padova, Socio Corrispondente sino dal 1921, e cita i suoi numerosi e importanti lavori astronomici. Aggiunge che l'Osservatorio di Padova ha subito un'altra grave perdita, a poca distanza dalla precedente, nella persona dell'Astronomo dottore EUGENIO PADOVA, morto ancor giovane, quando dava già sicure promesse del proprio valore.

Ad altri lutti dell'Accademia, per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche, accenna il Presidente VOLTERRA: alla perdita del Corrispondente prof. VITTORIO FIORINI direttore della nuova edizione dei *Rerum Italicarum Scriptores*; ed a quella recentissima della contessa ERSILIA CAETANI LOVATELLI, che dell'Accademia faceva parte sino dal 1878, e che lascia ampio e duraturo ricordo di sè e della nobiltà del suo ingegno in nume-

rosi e dotti scritti di archeologia e di letteratura. Il Presidente dà inoltre lettura di un telegramma di condoglianza per questa perdita dell'Accademia, inviato dall'on. Fedele, Ministro della Pubblica Istruzione, al quale rispose ringraziando.

Il Presidente VOLTERRA aggiunge di aver stamane ricevuta comunicazione che la contessa CAETANI LOVATELLI ha per testamento lasciata all'Accademia dei Lincei la sua ricca biblioteca. L'Assemblea accoglie con vivo senso di gratitudine la notizia di questo munifico dono, e incarica il Presidente di esprimere i suoi sentimenti ai figli della illustre Donna.

Il Socio CERULLI si associa a quanto ebbe a dire il Presidente, per lamentar le perdite del prof. Antoniazzi e del dott. Padova.

Il Socio MARCHIAFAVA legge una dotta ed affettuosa commemorazione del defunto Accademico prof. GUIDO BANTI, di cui riassume la lunga opera e le numerose pubblicazioni, di queste ultime mettendo in evidenza le più importanti ed i loro pregi.

Questa commemorazione sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Altra commemorazione legge il Socio LEVI CIVITA del defunto Accademico prof. GREGORIO RICCI-CURBASTRO, di cui l'oratore fu allievo prediletto. Il Socio Levi Civita rievoca la mirabile attività scientifica del Ricci-Curbastro, la quale, come è ben noto, condusse quest'ultimo alla scoperta e all'affinamento di quel calcolo differenziale assoluto, che permise all'Einstein di dare forma matematica alla sua teoria della relatività; e che al suo autore ha fatto occupare nella storia della scienza il posto eminente che spetta all'opera sua continua e feconda.

Questa commemorazione verrà pubblicata nei volumi delle Memorie.

Al termine della commemorazione, il Presidente comunica due telegrammi con i quali dichiarano di associarsi alle onoranze che l'Accademia tributa al prof. Ricci-Curbastro, la Presidenza della Facoltà di scienze della Università e il R. Commissario del Comune di Padova.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CASTELNUOVO presenta le pubblicazioni giunte in dono segnalando fra esse varie pubblicazioni d'idraulica del Socio ing. FANTOLI; il volume: « Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti », II, del Corrisp. GINO LORIA; un altro volume contenente i « Trabajos de Oceanografia y de Biología marina » del prof. O. DE BUEN, e un fascicolo destinato a ricordare « Il sommo astronomo Giovanni Schiaparelli, glorificato nella sua città natia di Savigliano il 15 nov. 1925 ». Lo stesso Segretario segnala anche un altro volume della corrispondenza scientifica del chimico J. BERZELIUS, e due pubblicazioni giubilari, fatte una per il centenario del Politecnico di Karlsruhe, e l'altra per il 50° anniversario della Società Geologica del Belgio.

Il Presidente VOLTERRA presenta, rilevandone l'importanza, un piccolo e prezioso volume che racchiude pensieri di QUINTINO SELLA, e ne legge alcuni passi; trattasi di una ristampa fatta a cura della Famiglia dell'illustre instauratore e Presidente dell'Accademia dei Lincei, il quale seppe così bene riallacciare le antiche e nobili tradizioni simboleggiate nel nome di Galileo, al movimento scientifico moderno.

Il Socio straniero P. HAGEN offre il vol. VIII del Catalogo Astrografico pubblicato dall'Osservatorio Vaticano.

Il Socio ENRIQUES fa omaggio di due volumi pubblicati nella Collezione promossa dall'Istituto Nazionale per la Storia delle scienze. Uno contiene la prima traduzione italiana dell'opera di J. NEWTON: « Principi della filosofia naturale, con note critiche sullo sviluppo dei concetti della Meccanica » per cura dello stesso prof. Enriques e di N. Forti; e l'altro contiene lo studio di E. RUFINI: « Il metodo di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'antichità », che offre occasione al presentante di ricordare la perdita del suo giovane autore, il quale era una vera promessa per la Storia della scienza.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 gennaio 1925.

- AMEGHINO F. — Obras completas y correspondencia científica. Vol. IV. Zoología Matemática. La Plata, 1915. 8°, pagine 1-559.
- BATTAGLIA M. — Alcune osservazioni cliniche ed anatomopatologiche sull'infezione malarica (Estr. dalla « Riforma Medica », anno XLI, n. XXX. Napoli, 1925. 8°, pp. 1-6.
- BECKER F. — Das Problem der dunklen kosmischen Wolken. (Abdruck aus den « Astr. Nachr. » Nr. 5347, Band 223, pagine 304-308). S. l. 1925. 4°.
- BECKER F. — Fehlerquellen bei Beobachtung der kosmischen Wolken. (Abdruck aus den « Astr. Nachr. » Nr. 5366, Band 224, pp. 237-240). S. l. 1925. 4°.
- BECKER F. — Kosmische Wolken in der Umgebung von Vund U. W. Draconis. (Abdruck aus den « Astr. Nachr. » Nr. 5359, Band 224, pp. 114-118). S. l. 1925. 4°.
- BERZELIUS F. — Brev genom H. G. Soderbaum. Uppsala. 1925. 8°, pp. 1-170.
- BROCCARDI E. — Linee di navigazione « utili ». Roma, 1925. 8°, pp. 1-128.
- CASARINI A. — La scelta dei piloti per la navigazione aerea. Roma, 1925. 8°, pagine 1-XI, 1-217.
- CATTORINI E. — La questione del centrosoma e della sua presenza nelle cellule delle fanerogame angiosperme. Monza, 1925. 4°, pp. 1-137.
- DAY A. L. and ALLEN E. T. — The Volcanic Activity and hot Springs of Lassen Peak. Washington, 1925. 4°, pp. 1-VIII, 1-190.
- DE ANGELIS D'OSSAT G. — La fase litologica del terreno, fondamento di classificazione. — La variabilità dei criteri per le carte agronomiche. Roma, 1925. 8°, pp. 1-8.
- DE BUEN O. — Trabajos de Oceanografía y biología marina. Vol. I. Madrid, 1916. 4°, pp. I-LXV, 1-318.
- DE SAMPAIO FERRAZ J. — Causas provaveis das séccas do nordeste Brasileiro. Rio de Janeiro, 1925. 8°, pp. 1-30.
- FANTOLI G. — Intorno ai problemi delle dighe per serbatoi e del loro tipo nelle applicazioni italiane. (Estr. dalla Rivista mensile « L'Energia Elettrica ». Vol. II, fasc. VII). Milano, 1925. 4°, pp. 1-39.
- FANTOLI G. — Progetto per l'ulteriore utilizzazione irrigua e industriale del fiume Ticino mediante la regolazione del lago Maggiore. Milano, s. d. 4°, pp. 1-109.
- FANTOLI G. — Sul progetto di massima di un nuovo acquedotto per la città. Perugia, 1925. 4°, pp. 1-45.
- FANTOLI G. — Sulla stima dei deflussi nelle valli del Liro e del Mera in relazione alle progettate utilizzazioni (Estr. dalla Rivista mensile « L'Energia Elettrica ». Vol. II, fasc. IX). Milano, 1925. 4°.
- Festschrift anlässlich des 100jährigen Bestehens der Technischen Hochschule Friederician zu Karlsruhe. Karlsruhe, 1925. 8°, pp. I-IV, 1-542.
- GUARDUCCI F. — La meridiana di Gian Domenico Cassini nel tempio di S. Petronio di Bologna riveduta nel 1904 e nel 1925. Bologna, 1925. 4°, pp. 1-55.
- LEGENDRE R. — La concentration en ions hydrogène de l'eau de mer. Paris, 1925. 8°, pp. 1-291.

- LORIA G. — Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti. Vol. II. Bologna, 1925. 8°, pp. 1-255.
- MALLOCH J. and MCATEE W. L. — Revision of the American Rugs of the Reduviid Subfamily Plaiariinae. (From the «Proceedings of the United States National Museum». Vol. 67). Washington, 1925. 8°, pp. 1-153.
- NEWTON I. — Principii di filosofia naturale. Teoria della gravitazione. Roma, 1925. 8°, pp. 1-215.
- PANDELE G. — Le fulmicoton d'infanterie et d'artillerie de la cellulose de bois «Letea». Timisgara, 1925. 8°, pp. 1-60.
- PEYRETTI G. — Il sommo astronomo Virginio Giovanni Schiaparelli glorificato nella sua città natia Savigliano (15 novembre 1925). Savigliano, 1925. 8°, pp. 1-91.
- PLANS Y FREYRE J. M. — Nociones de cálculo diferencial absoluto y sus aplicaciones. Madrid, 1924. 8°, pp. 1-278.
- ROVERE A. — Sulla divisibilità dei numeri. Gorizia, 1925. 8°, pp. 1-43.
- RUFINI E. — Il «metodo» di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'antichità. Roma. 1926. 8°, pp. 1-293.
- SELLA Q. — Pensieri di Quintino Sella, tratti dai suoi discorsi e dalle sue lettere. Milano, s. d. 24°, pp. I-VIII, 1-177.
- Société Géologique de Belgique. 50^{me} anniversaire. Livre jubilaire 1874-1924, tome I, fasc. I. Liège, 1924. 4. pp. 1-262.
- VICARELLI G. — La cinematografia illustrativa ed i clichés-films. La film ed il cliché-film dell'operazione del taglio cesareo conservatore a scopo didattico, clinico-pratico. (Estr. da «Minerva Medica». Anno IV, n. 31). Torino, 1925. 4°, pp. 1-14.

G. C.

